Matemáticas

SECUNDARIA

2

Cuaderno de

Aprendizajes
Fundamentales
Imprescindibles

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Estimada alumna, estimado alumno:

El *Cuaderno de Aprendizajes Fundamentales Imprescindibles. Matemáticas 2* que tienes en tus manos es el resultado del esfuerzo que realizan el gobierno federal, los gobiernos estatales, las maestras y los maestros de México para garantizar que todas las niñas, los niños y los adolescentes que cursan la educación básica en nuestro país cuenten con materiales educativos para construir su aprendizaje, y con ello alcanzar una educación de excelencia.

Este material surge en un contexto de emergencia sanitaria mundial derivado de la epidemia de la covid-19, y tiene como propósito acompañarte durante las primeras semanas de tu curso escolar en la revisión de los aprendizajes fundamentales del ciclo escolar anterior con la finalidad de asegurar que hayas adquirido los saberes imprescindibles para acceder con éxito a los nuevos conocimientos y habilidades correspondientes al grado que cursas.

En este cuaderno se incluyen diversas actividades para trabajar dentro y fuera del aula, además de que se pueden adaptar fácilmente a las condiciones de la escuela y a las restricciones sanitarias que pudieran presentarse. Por ello, también encontrarás propuestas de trabajo con tu familia y amigos, de tal manera que puedas aplicar tus saberes en diferentes situaciones.

Si bien esta propuesta corresponde al inicio del ciclo escolar, tu maestro podrá ir graduando las actividades conforme a las necesidades de tu grupo y utilizarlas en el momento que lo considere más conveniente.

En el marco de la Nueva Escuela Mexicana, la equidad y la calidad son las premisas de la educación. Este Cuaderno forma parte de los materiales educativos que se ofrecen para que, con el trabajo diario de maestras, maestros, autoridades y familias, alcances el máximo logro de aprendizaje y el fortalecimiento de los lazos entre tu escuela y tu comunidad.

Este Cuaderno ya es tuyo, es un regalo del pueblo de México para ti.

¡Conócelo, cuídalo y disfrútalo!

Matemáticas

Cuaderno de Aprendizajes Fundamentales Imprescindibles

SECUNDARIA

2

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Matemáticas 2. Cuaderno de Aprendizajes Fundamentales Imprescindibles. Secundaria fue elaborada en coedición de la Secretaría de Educación Pública con la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana.

Secretaría de Educación Pública
Delfina Gómez Álvarez

Subsecretaría de Educación Básica
Martha Velda Hernández Moreno

Dirección General de Materiales Educativos
Marx Arriaga Navarro

Selección y revisión técnico-pedagógica de los Aprendizajes Fundamentales Imprescindibles
Raquel Bernabe Ramos, Denisse Ossiris Hernández Carbajal, Benjamín Martínez Navarro, Juan Manuel Martínez García, José Luis Mejía Rodríguez, Felipe de Jesús Matías Torres, Gil Arturo Saavedra Mercado

Diseño de la colección de nivel Secundaria
Alicia Calvo Mora, Paola Sanabria López, Caniem.

Coordinación editorial
Editorial Santillana, S. A. de C. V.

Evaluación diagnóstica
Benjamín Martínez Navarro

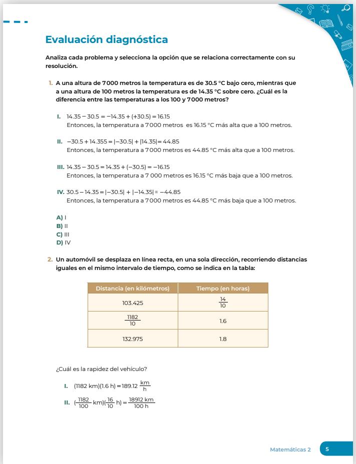
Autores
Pilar Martínez Téllez, Guadalupe Carrasco Licea, Mariana Patricia Jácome Paz, Eugenia Álvarez Aceves, Yuliana Ramírez Balderas, Doris Guadalupe del Carmen Cetina Badillo, Elisa Verónica Jiménez Gutiérrez, Carlos Bosch Giral, Erika Marlene Canché

Primera edición, 2021 (ciclo escolar 2021-2022)

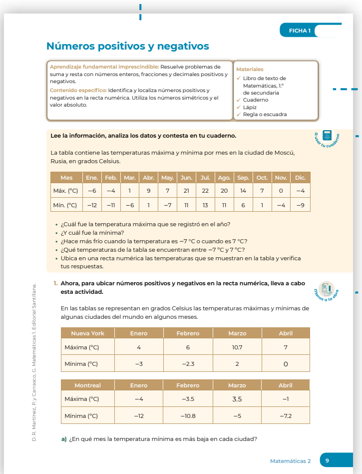
ISBN SEP: 978-607-551-550-2
ISBN Caniem: 978-607-99482-0-7

CONOCE TU CUADERNO

Evaluación diagnóstica
Planteamientos para reconocer qué tanto aprendiste en tu curso anterior en la asignatura de Matemáticas 1.



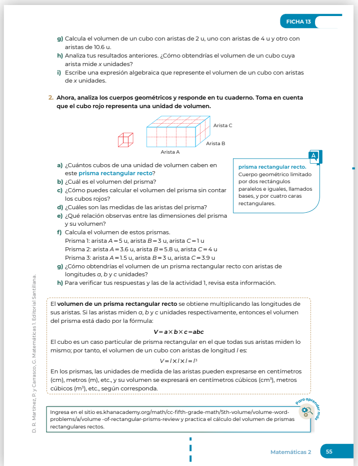
Título de la ficha



Identificador
Indica el Aprendizaje Fundamental Imprescindible (AFI), los materiales a utilizar y los contenidos que trabajarás en la ficha.

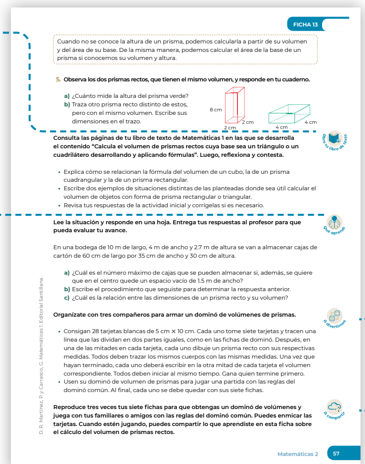
A usar tu cuaderno
Te invita a explorar lo que sabes del tema que se aborda.

Manos a la obra
Planteamientos que te ayudarán a retomar saberes del grado anterior con el fin de lograr los propósitos de la ficha.



Glosario
Definiciones de términos que posiblemente desconozcas.

Para aprender más
Información que amplía o complementa tu aprendizaje.



Abre tu libro de texto
Invita a consultar tu libro de texto del año anterior para realizar actividades.

Qué aprendí
Planteamientos para reflexionar sobre tu desempeño y reconocer lo que te hace falta por aprender.

A divertirnos
Planteamientos lúdicos que complementan o consolidan tu aprendizaje.

A compartir
Planteamiento que propicia la comunicación y la aplicación de lo aprendido con tus familiares, tutores o la comunidad.

ÍNDICE

Evaluación diagnóstica

Analiza cada problema y selecciona la opción que se relaciona correctamente con su resolución.

1. **A una altura de 7 000 metros la temperatura es de 30.5 °C bajo cero, mientras que a una altura de 100 metros la temperatura es de 14.35 °C sobre cero. ¿Cuál es la diferencia entre las temperaturas a los 100 y 7 000 metros?**

   I. $14.35 - 30.5 = -14.35 + (+30.5) = 16.15$
   Entonces, la temperatura a 7 000 metros es 16.15 °C más alta que a 100 metros.

   II. $-30.5 + 14.355 = |-30.5| + |14.35| = 44.85$
   Entonces, la temperatura a 7 000 metros es 44.85 °C más alta que a 100 metros.

   III. $14.35 - 30.5 = 14.35 + (-30.5) = -16.15$
   Entonces, la temperatura a 7 000 metros es 16.15 °C más baja que a 100 metros.

   IV. $-30.5 - 14.35 = -44.85$
   Entonces, la temperatura a 7 000 metros es 44.85 °C más baja que a 100 metros.

   A) I
   B) II
   C) III
   D) IV

2. **Un automóvil se desplaza en línea recta, en una sola dirección, recorriendo distancias iguales en el mismo intervalo de tiempo, como se indica en la tabla:**

Distancia (en kilómetros)	Tiempo (en horas)
103.425	$\frac{14}{10}$
$\frac{1182}{10}$	1.6
132.975	1.8

   ¿Cuál es la rapidez del vehículo?

   I. $(1182\text{ km})(1.6\text{ h}) = 189.12\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$

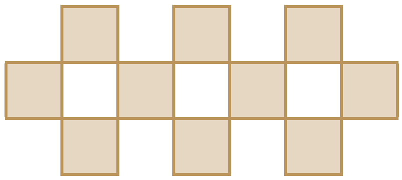
   II. $(\frac{1182}{100}\text{ km})(\frac{16}{10}\text{ h}) = \frac{18912\text{ km}}{100\text{ h}}$

III. $118.2 \text{ km} \div 1.6 \text{ h} = 73.875 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

IV. $132.975 \text{ km} \div 1.8 \text{ h} = 132975 \text{ km} \div 18 \text{ h} = 7387.5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

A) I
B) II
C) III
D) IV

3. **Se necesita decorar un espacio con azulejos, el arreglo es como el que se muestra en la imagen: diez azulejos cafés rodean tres azulejos blancos. Si se sigue el patrón, ¿cuántos azulejos *n* blancos se necesitan, si se tienen mil azulejos cafés?**



I. $\frac{(1\,000)}{3} = n$

II. $\frac{(1\,000)}{4} = n$

III. $\frac{1\,000 - 1}{3} = n$

IV. $3(1000) + 1 = n$

A) I
B) II
C) III
D) IV

4. **Para calcular el total de una factura se suma el subtotal y el IVA. Si se sabe que el IVA corresponde al 16% del subtotal y que el total de la factura fue de $546, ¿cuál fue el subtotal?**

I. Para resolver el problema se divide 546 entre 0.16. Por tanto, el subtotal es de $3 412.50.

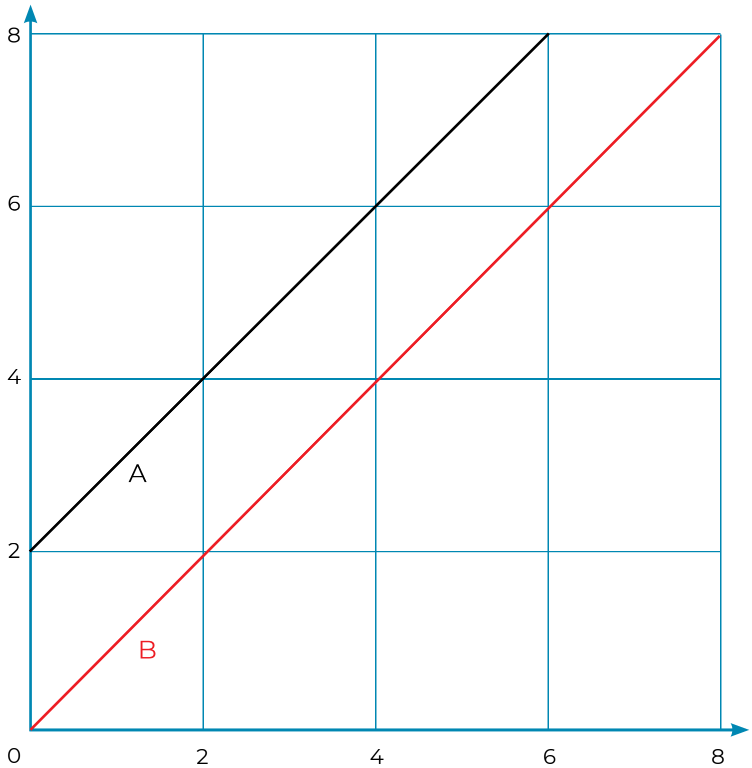
II. La ecuación que resuelve el problema es $y + 0.16y = 546$ y una ecuación con la misma solución es $2y = \frac{546}{0.58}$.

III. Si en lugar de que el total fuera de $546, una persona recuerda que el total fue de $200, la ecuación que resuelve el problema es $y + 0.16y = 546 + y$ y una ecuación equivalente es $0.16y = 546$.

IV. Si en lugar de que el total fuera de $546, una persona recuerda que el total fue de a, el subtotal se obtiene con la ecuación $y = \frac{a}{0.16}$.

A) I
B) II
C) III
D) IV

5. **A continuación, se muestra la relación entre el tiempo transcurrido y la posición en la que se encuentran dos automóviles.**



I. La tabla que representa la relación entre el tiempo transcurrido y la posición del automóvil A se muestra a continuación:

Tiempo transcurrido (en segundos)	Tiempo (en horas)
2	0
4	2
6	4
8	6

II. La pendiente de las rectas es igual a 1. Por tanto, la rapidez del automóvil A es igual que la rapidez del automóvil B.

III. La expresión algebraica que representa el comportamiento del automóvil A es $y = x + 2$, mientras que la del automóvil B es $y = x$. Por tanto, la rapidez del automóvil A es igual a la rapidez del automóvil B.

IV. La tabla que representa el comportamiento del automóvil A es igual a la que representa el comportamiento del automóvil B. Por tanto, la rapidez del automóvil A es igual a la rapidez del automóvil B.

A) I y IV
B) II y III
C) III
D) III y IV

6. Se tiene un recipiente con forma de prisma recto cuya base es un triángulo de 8 cm de base y altura de 10 cm. ¿Qué altura alcanzan 90 mililitros de agua en ese recipiente?

I. $\frac{8 \times 10}{2} = 40$

II. $\frac{180}{8 \times 10} = 2.25$

III. $\frac{8 \times 10 \times 90}{2} = 3\,600$

IV. $\frac{8 \times 10}{180} = 0.4$

A) I
B) II
C) III
D) IV

7. Siete personas miden la estatura de un adulto con el mismo instrumento. Los resultados fueron los siguientes:

1.64 m, 1.64 m, 1.65 m, 1.65 m, 1.645 m, 1.645 m, 1.9 m

¿Qué valor se acerca más a la estatura real del adulto?

I. 1.645

II. $\frac{1.64 + 1.65 + 1.645 + 1.9}{7} = 0.97$

III. $1.9 - 1.64 = 0.96$

IV. $\frac{1.64 + 1.64 + 1.65 + 1.65 + 1.645 + 1.645 + 1.9}{7} = 1.68$

A) I
B) II
C) III
D) IV

Números positivos y negativos

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Contenido específico: Identifica y localiza números positivos y negativos en la recta numérica. Utiliza los números simétricos y el valor absoluto.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.º de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz
- ✓ Regla o escuadra

Lee la información, analiza los datos y contesta en tu cuaderno.

La tabla contiene las temperaturas máxima y mínima por mes en la ciudad de Moscú, Rusia, en grados Celsius.

Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
Máx. (°C)	−6	−4	1	9	7	21	22	20	14	7	0	−4
Mín. (°C)	−12	−11	−6	1	−7	11	13	11	6	1	−4	−9

- ¿Cuál fue la temperatura máxima que se registró en el año?
- ¿Y cuál fue la mínima?
- ¿Hace más frío cuando la temperatura es −7 °C o cuando es 7 °C?
- ¿Qué temperaturas de la tabla se encuentran entre −7 °C y 7 °C?
- Ubica en una recta numérica las temperaturas que se muestran en la tabla y verifica tus respuestas.

1. Ahora, para ubicar números positivos y negativos en la recta numérica, lleva a cabo esta actividad.

En las tablas se representan en grados Celsius las temperaturas máximas y mínimas de algunas ciudades del mundo en algunos meses.

Nueva York	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Máxima (°C)	4	6	10.7	7
Mínima (°C)	−3	−2.3	2	0

Montreal	Enero	Febrero	Marzo	Abril
Máxima (°C)	−4	−3.5	3.5	−1
Mínima (°C)	−12	−10.8	−5	−7.2

a) ¿En qué mes la temperatura mínima es más baja en cada ciudad?

b) ¿Cuál es la más baja de todas las temperaturas de las tablas? ¿En qué ciudad se registró?

c) ¿Hace más frío cuando la temperatura es −3.5 °C o cuando es 3.5 °C?

d) ¿Hace más frío cuando la temperatura es −7.2 °C o cuando es −10.8 °C?

e) Si localizamos en la recta numérica dos números distintos, ¿cómo sabemos cuál de ellos es el menor? ¿Tomaste en cuenta esto en la actividad inicial?

f) Marca en la recta numérica con un punto rojo la temperatura máxima de Nueva York en enero.

g) ¿En qué son diferentes esta temperatura y la temperatura máxima de Montreal en ese mismo mes?

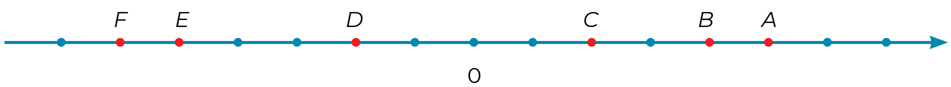
h) ¿En qué punto de la recta numérica ubicarías la temperatura máxima de Montreal en enero? ¿De qué lado del cero la ubicarías? ¿A cuántas unidades?

i) Lee la información y verifica tus respuestas.

Para representar cantidades menores que cero, se usan los *números negativos* tales como −5, −1 y −3.5, en los que el signo negativo es parte del número. Los números mayores que cero se llaman *números positivos*. Por convención, en la recta numérica, los números negativos se ubican a la izquierda del cero (o abajo del cero si la recta está en posición vertical) y los positivos, a la derecha del cero (o arriba del cero).

2. Con base en la información anterior, haz lo que se indica y responde en tu cuaderno.

En la recta numérica están representados con letras los números −2, 5, 4, 2, −5 y −6.



a) Escribe el número que corresponde a cada letra.

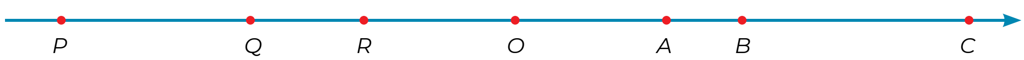
b) ¿Cuál de los números está más lejos del cero?

c) ¿Cuál está más cerca del cero?

d) ¿Alguna pareja de números está a la misma distancia del cero, sea a la derecha o a la izquierda? En caso afirmativo, ¿cuáles son esos números?

3. Haz lo que se pide.

En esta recta numérica están representados los puntos *A*, *B*, *C*, *O*, *P*, *Q* y *R*. Mide la distancia de *O* a cada uno de los puntos y responde en tu cuaderno.



a) ¿Qué parejas de puntos tienen la misma distancia al punto *O*?

b) Considera los segmentos que se forman con dos puntos cualesquiera que se encuentren en lados opuestos del punto *O*, tales como *RA*, *QA*, *RB*, etcétera. ¿Cuáles segmentos tienen el punto *O* como punto medio?

c) Si el punto *O* representara el cero, ¿qué números asignarías a los puntos *P*, *Q*, *R*, *A*, *B* y *C*?

d) Revisa la información y verifica tus respuestas.

El *valor absoluto* de un número *x* se define como la distancia entre ese número y el cero, sin importar si el número se ubica a la derecha o a la izquierda del cero, y se representa así: $|x|$. Por ejemplo: $|-7| = |7| = 7$, $|-6.23| = |6.23| = 6.23$, $\left|\frac{-7}{9}\right| = \left|\frac{7}{9}\right| = \frac{7}{9}$.
Decimos que dos números *a* y *b* (*a* diferente de *b*) con el mismo valor absoluto son *simétricos*. Por ejemplo, 2.35 y −2.35 son simétricos porque están a la misma distancia del cero.

4. En tu cuaderno, realiza lo que se indica.

a) Traza una recta numérica y localiza los números 2, $\frac{1}{4}$, 3, 1.5, 0.5.

- ¿Cuál de estos números está más cerca del cero? ¿Cuál está más lejos? ¿Cuál es el menor? ¿Cuál es el mayor? Argumenta tus respuestas.
- ¿Cuál de ellos tiene mayor valor absoluto? ¿Cuál tiene menor valor absoluto?
- ¿Qué relación observas entre el valor absoluto de dos números positivos y el orden entre ellos?

b) En la misma recta numérica, localiza los números −2, $-\frac{1}{4}$, −3, −1.5, −0.5.

- ¿Cuál de estos números está más cerca del cero? ¿Cuál está más lejos? ¿Cuál es el menor? ¿Cuál es el mayor? Argumenta tus respuestas.

La recta numérica también se puede emplear para ordenar y comparar números negativos. Los números negativos menores serán los más alejados del cero.

- ¿Cuál de estos números tiene mayor valor absoluto? ¿Cuál tiene menor valor absoluto?
- ¿Qué relación observas entre el valor absoluto de dos números negativos y el orden entre ellos?
- Compara en tu recta numérica los números −2 y 0.5. ¿Cuál de ellos es mayor?

Un número *a* es menor que un número *b* si al localizarlos en una recta numérica horizontal convencional, *a* queda a la izquierda de *b*. En tal caso, escribimos $a < b$.
Si *a* queda a la derecha de *b*, entonces *a* es mayor que *b*, lo que se representa como $a > b$.
Si *a* y *b* son dos números positivos, el mayor de ellos es el que tiene mayor valor absoluto, es decir, el que está más lejos del cero. Si *a* y *b* son dos números negativos, el menor de ellos es el que tiene mayor valor absoluto, es decir, el que está más lejos del cero. Entre dos números con distinto signo, el menor es siempre el negativo.

Para aprender más

Ingresa en el sitio objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/01/1_007/index.html y haz lo que se pide para localizar y ordenar números con signo en la recta numérica.

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 donde se estudia el contenido “Identifica y localiza números positivos y negativos en la recta numérica. Utiliza los números simétricos y el valor absoluto”. Luego, reflexiona y haz lo siguiente en tu cuaderno.

- Explica el procedimiento para identificar y localizar números positivos y negativos en la recta numérica.
- ¿Cómo sabes si dos números son simétricos?
- Explica cómo determinar el valor absoluto de un número.
- Menciona en qué otros contextos, además de medir la temperatura, se emplean los números positivos y negativos.
- Verifica tus respuestas de la actividad inicial y corrige si es necesario.

Qué aprendí

Resuelve y entrega tus respuestas al profesor para que evalúe tu avance.

Sofía quiere saber cuáles son las temperaturas más bajas y más altas en un día de invierno. Midió la temperatura a las 6 a. m. y registró −4 °C. A las 8 a. m. el termómetro marcó 7° C. A las 2 p. m. su medición fue de 12 °C y a las 8 p. m. registró −5 °C. ¿A qué hora hizo más frío? ¿A qué hora hizo más calor?

A divertirnos

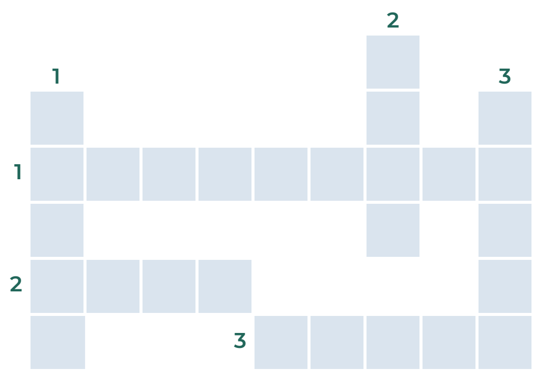
Completa el crucigrama con lo que aprendiste en esta ficha.

Horizontal:

1. −10 es menor que −5 porque en una recta numérica horizontal, −10 se encuentra a la ____________ de −5.
2. El simétrico de −3 es ____________.
3. Entre dos números con distinto signo, el ____________ es el negativo.

Vertical:

1. El valor absoluto de −7 es ____________.
2. Los números negativos menores serán los más alejados del ____________.
3. Si *a* y *b* son dos números negativos, el menor de ellos es el que tiene ____________ valor absoluto.



A compartir

Diseña otros crucigramas para que juegues con tu familia y tus amigos. Pregúntales si les gustó el juego. Con lo que aprendiste en esta ficha, orienta a tus contrincantes de juego para que completen los crucigramas.

Suma y resta de números enteros

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Contenidos específicos:

- Resuelve problemas de suma con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
- Resuelve problemas de resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz
- ✓ Regla o escuadra
- ✓ Dos dados, uno azul y uno rojo
- ✓ 30 fichas (o semillas grandes)

A usar tu cuaderno

Analiza la información y responde en tu cuaderno.

La tabla contiene las temperaturas máxima y mínima por mes en una ciudad de Rusia.

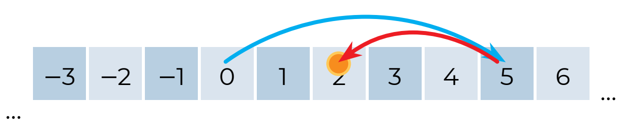
Mes	Ene.	Feb.	Mar.	Abr.	May.	Jun.	Jul.	Ago.	Sep.	Oct.	Nov.	Dic.
Máx. (°C)	−6	−4	1	9	17	21	22	20	14	7	0	−4
Mín. (°C)	−12	−11	−6	1	7	11	13	11	6	1	−4	−9

a) ¿En qué mes fue más grande la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima? Te puedes apoyar en una recta numérica para calcular la diferencia.
b) ¿Cuál es la temperatura promedio en mayo? ¿Y en diciembre?
c) Explica cómo representas en la recta numérica la suma y la resta de números enteros.
d) ¿Cómo se suman y se restan números enteros sin apoyo de la recta numérica?

Manos a la obra

1. Comparte con dos compañeros y hagan la actividad. Respondan en su cuaderno.

Por turnos, cada integrante del equipo deberá lanzar dos dados, uno azul y uno rojo. En un tablero como el siguiente, partiendo de la casilla de salida 0, mueve a la derecha una ficha (o un papelito con su nombre) tantos lugares como puntos indique el dado azul y hacia la izquierda tantos puntos como indique el dado rojo. Por ejemplo, si el dado azul indica 5 puntos y el dado rojo indica 3 puntos, se mueve la ficha cinco lugares a la derecha de la casilla de salida y, partiendo de ahí, tres lugares a la izquierda.



Después de lanzar una vez cada dado, registren los resultados que obtuvieron en una tabla como la que se muestra en la siguiente página.

D. R. Martínez, P. y Carrasco, G. Matemáticas 1. Editorial Santillana.

Nombre	Puntos en el dado azul	Puntos en el dado rojo	Posición final
Alumno 1	5	3	2

a) ¿Quién quedó más lejos de la casilla de salida? ¿Qué resultados obtuvo en los dados? ¿Quedó a la derecha o a la izquierda de la casilla de salida?
b) ¿Alguien terminó en la casilla de salida? ¿Cómo deben ser los números que aparecen en cada dado para terminar en la casilla de salida? Escriban todos.
c) Escriban todos los resultados que pueden aparecer en los dados para terminar en la casilla –3.
d) ¿Cuáles son todos los resultados que llevarían a quedar en la casilla 2?

2. Sigue trabajando con tus compañeros y hagan lo que se pide.

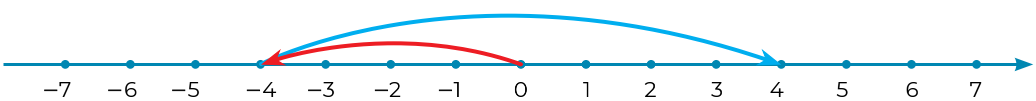
Por turnos, vuelvan a lanzar los dados que usaron en la actividad 1, pero ahora registren los resultados del dado rojo como números negativos y los del dado azul como números positivos, al igual que en el siguiente ejemplo.

Nombre	Puntos en el dado azul	Puntos en el dado rojo	Posición final
Alumno 1	6	−4	2

Realicen 10 lanzamientos iniciando cada vez en la casilla de salida. Luego, respondan en su cuaderno.

a) ¿En cuántos lanzamientos la posición final fue una casilla con número positivo? ¿En esos casos era mayor el valor absoluto del resultado del dado azul (números positivos) o el del dado rojo (números negativos)?
b) ¿En cuántos lanzamientos la posición final fue una casilla con número negativo? ¿En esos casos era mayor el valor absoluto del resultado del dado azul (números positivos) o el del dado rojo (números negativos)?

La **suma de números** enteros se puede representar **en la recta numérica** mediante desplazamientos. Si el sumando es un número positivo, el desplazamiento se hace hacia la derecha; si el sumando es un número negativo, el desplazamiento se hace hacia la izquierda. El desplazamiento del primer sumando siempre empieza en el origen de la recta, y el del segundo sumando se inicia en el punto donde terminó el primero. El resultado de la adición será el punto donde terminen los desplazamientos. En las operaciones de números positivos y negativos, los números negativos se escriben entre paréntesis para distinguirlos del signo de la operación. Por ejemplo, la suma $(-4) + 8 = 4$:



3. En tu cuaderno, representa en rectas numéricas estas sumas y anota el resultado.

a) $3 + 4 =$ **b)** $(-4) + 8 =$ **c)** $(-2) + (-3) =$ **d)** $3 + (-5) =$

4. Ahora, responde. Te puedes apoyar en una recta numérica.

a) ¿Cuál es el resultado de $7 + 5$? ¿Es un número positivo o uno negativo?
b) ¿Cuánto es $(-3) + (-11)$? ¿El resultado es un número positivo o uno negativo?
c) ¿Cuál es el resultado de $(-4) + 7$? ¿El resultado es un número positivo o uno negativo? ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el número positivo o el número negativo?
d) ¿Cuál es el resultado de la suma $53 + (-73)$? ¿Es un número positivo o uno negativo? ¿Cuál de los sumandos tiene mayor valor absoluto: el número positivo o el número negativo?

5. Responde con base en lo que observaste en los planteamientos 3 y 4.

a) La suma de dos números positivos, ¿es un número positivo o negativo? ¿Y la de dos números negativos?
b) Considerando el valor absoluto de los sumandos, describe en qué casos la suma de un número positivo y uno negativo da como resultado un número positivo, cero o un número negativo. Después, revisa la siguiente información y verifica tus respuestas.

Para **sumar dos números enteros, ambos números positivos o ambos números negativos**, se suman sus valores absolutos; el resultado es el mismo tipo de número que los sumandos. Para **sumar dos números enteros, uno positivo y uno negativo**, se resta al de mayor valor absoluto el de menor valor absoluto; el tipo de número de la suma es el del sumando con mayor valor absoluto. Por ejemplo, para efectuar la suma $(-11) + 7$, restamos al valor absoluto de -11 el valor absoluto de 7: $|-11| - |7| = 11 - 7 = 4$. Como el sumando con mayor valor absoluto es -11, el tipo de número del resultado es un número negativo. Es decir: $(-11) + 7 = -4$.

6. Ahora, haz lo que se solicita y responde en tu cuaderno.

a) Representa en una recta numérica la suma $8 + (-2)$. ¿Cuál es el resultado de la resta $8 - 2$? ¿Hay alguna diferencia con el resultado de la suma $8 + (-2)$?
b) Ahora, representa la suma $10 + (-7)$. ¿Hay alguna diferencia entre el resultado de la suma $10 + (-7)$ y el de la resta $10 - 7$?
c) Para determinar el resultado de la resta $2 - 5$, representa en una recta numérica los desplazamientos correspondientes a la suma $2 + (-5)$. ¿Cuál es el resultado de la resta $2 - 5$?
d) Determina el resultado de la resta $-3 - 1$ representando la suma $-3 + (-1)$ en una recta numérica. ¿Cuál es el resultado?

Si a y b son números enteros, la resta $a - b$ equivale a la suma $a + (-b)$, donde $-b$ es el simétrico de b. Ejemplos:

- La resta $18 - (-4)$ es igual que la suma $18 + 4$, ya que 4 es el simétrico de -4:
$$18 - (-4) = 18 + 4 = 22$$
- La resta $-5 - 6$ es igual que la suma $-5 + (-6)$ porque -6 es el simétrico de 6:
$$-5 - 6 = -5 + (-6) = -11$$

Para aprender más

Ingresa en el sitio www.geogebra.org/m/GH93dzAD y resuelve las operaciones para que apliques lo aprendido sobre la suma y resta de números enteros.

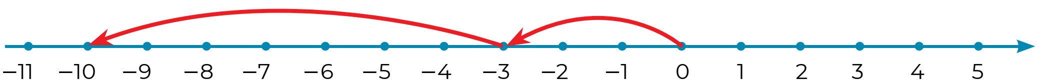
7. Ahora, realiza esta actividad para representar la resta en la recta numérica.

a) Explica cómo representarías en la recta numérica la resta de números enteros.

b) Representa en una recta numérica la resta 5 – 3.

c) ¿Cómo representarías la resta 5 – (–3)? ¿Puede representarse de la misma manera que la resta 5 – 3? ¿Cuál es la diferencia?

La **resta de números enteros** también se puede representar **en la recta numérica** mediante desplazamientos. Primero, se señala el desplazamiento correspondiente al **minuendo** y luego, se marca el del **sustraendo** avanzando en sentido contrario del tipo de número del sustraendo. Es decir, si es un número positivo se avanza a la izquierda y, si es negativo, se avanza a la derecha. Por ejemplo, en (–3) – 7 = –10, el signo del sustraendo 7 es positivo, por lo que se avanza a la izquierda.



d) Compara la representación de la resta (–6) – (–3) con la de la suma (–6) + 3 y escribe tus observaciones.

e) Compara la representación de la resta 5 – (–6) con la de la suma 5 + (+6). ¿Qué observas? ¿Cómo serán los resultados de –8 – (+2) y –8 + (–2)?

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se estudia la suma y la resta de números enteros. Luego, reflexiona y contesta.

- ¿De qué forma se explica la suma y resta de números enteros en tu libro? ¿Qué estrategias se siguen para explicar los procedimientos? ¿En qué otros contextos se usan la suma y resta de números enteros? Verifica tus respuestas de la actividad inicial.

Qué aprendí

Resuelve y entrega tus respuestas al profesor para que evalúe tu avance.

- Un submarino desciende 160 m desde una altura de 50 m bajo el nivel del mar. Después, asciende 40 m. Si se toma como referencia el nivel del mar, ¿a qué distancia se ubica?
- En Moscú, la temperatura a cierta hora es de 8 grados bajo cero. En ese mismo instante, en Mérida la temperatura es de 35 grados. ¿Cuál es la diferencia de temperatura entre ambas ciudades?

A divertirnos

En equipos de tres, reúnan cinco dados y 90 fichas (o semillas) y hagan lo siguiente. Peguen en los dados etiquetas de números enteros de –6 a 6. Den 30 fichas a cada integrante del equipo. Luego, por turnos, tiren los cinco dados cada uno. El jugador sumará los números que indiquen las caras de los dados, y si el número es positivo, recibirá de cada jugador ese número de fichas. Si la cantidad es negativa, entregará a cada uno esa cantidad de fichas. Gana el que se quede con todas las fichas o con la mayoría.

A compartir

Comenta el juego anterior con tu familia y amigos y juega con ellos. Pregúntales qué les pareció y si les gustó. Con lo que aprendiste en esta ficha, orienta a tus contrincantes cuando sumen y resten los números enteros de los dados.

Suma y resta de números positivos y negativos

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Contenidos específicos:

- Resuelve problemas de suma con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
- Resuelve problemas de resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno y lápiz
- ✓ Regla o escuadra
- ✓ Un dado azul y uno rojo
- ✓ Una moneda

Lee la información y contesta en tu cuaderno.

Un día de enero en cierto lugar de Chihuahua, se registraron estas variaciones de temperatura:

- A las 6 a. m., la temperatura era de −13.3 °C.
- A las 7 a. m., la temperatura aumentó 2.5 °C y continuó aumentando de la misma manera durante las siguientes tres horas.
- A las 11 a. m., la temperatura disminuyó 3.2 °C.
- Al mediodía, la temperatura disminuyó 2.6 °C.
- El resto del día, la temperatura se mantuvo igual.

a) ¿Cuál era la temperatura a las 7 a. m.?
b) ¿Cuál era la temperatura al mediodía?
c) Escribe las temperaturas máxima y mínima que se registraron ese día.
d) ¿Qué diferencia hay entre ambas temperaturas? Apóyate en una recta numérica.
e) ¿De qué otra forma se puede obtener el resultado anterior?

1. Resuelve la actividad con base en lo que sabes de la suma y la resta de números enteros.

En tu cuaderno, representa en rectas numéricas las siguientes sumas y restas de números decimales y fraccionarios, escribe el resultado y responde.

a) $2.1 + (-3.2) =$ **b)** $\frac{4}{3} + (-\frac{2}{3}) =$

c) $1 - (-0.9) =$ **d)** $\frac{3}{2} - (-\frac{5}{4}) =$

- El resultado del inciso *a*, ¿es un número positivo o uno negativo?
- El resultado del inciso *b*, ¿es un número positivo o uno negativo?
- En el caso de los incisos *c* y *d*, ¿a qué sumas son equivalentes?

Para sumar y restar números fraccionarios y decimales positivos y negativos, se siguen las mismas reglas que se usan para sumar y restar números enteros:

- Para **sumar dos números, ambos números positivos o ambos números negativos,** se suman sus valores absolutos y el resultado es el mismo tipo de números que los sumandos.
- Para **sumar dos números, uno positivo y uno negativo**, se resta el de menor valor absoluto al de mayor valor absoluto y el tipo de número de la suma es el del sumando con mayor valor absoluto.
- En el caso de la **resta**, si a y b son números positivos o números negativos, la resta $a - b$ equivale a la suma $a + (-b)$, donde $-b$ es el simétrico de b.

2. Trabaja la actividad y responde a partir de la información.

Los ingresos y los gastos que tiene una tienda de abarrotes de lunes a viernes se muestran en la tabla. Calcula el saldo diario de la tienda y completa la tabla.

Día	Venta ($)	Pago a proveedores ($)	Pago a empleados ($)	Saldo ($)
Lunes	4109.60	−2349.00	−440.00	
Martes	3846.20	−6350.50	−440.00	
Miércoles	2345.50	−1200.80	−440.00	
Jueves	4202.70	−3749.90	−440.00	
Viernes	5060.90	−6349.00	−440.00	

a) ¿Qué significa que las cantidades en los pagos se representen con números negativos?
b) ¿Cuál es el saldo al final de los cinco días?
c) ¿Cómo interpretas este resultado?
d) ¿Cuál sería el ingreso (ventas) mínimo para que el saldo del viernes no se represente con un número negativo?
e) Si la diferencia entre el saldo del miércoles de esta semana y el del miércoles de la próxima es de $1380.20, ¿cuál es el saldo de ese miércoles? ¿Es favorable para la tienda? Explica por qué.

3. Ahora, analiza la información y responde en tu cuaderno.

Rosa tiene una tienda de frutas y verduras. Para tener actualizado su inventario, decidió anotar los pedidos que debe entregar en la semana. Pero una vez que los anotó, ya no supo calcular si tiene suficiente mercancía o si debe comprar más a sus proveedores. La información se muestra en la tabla de la derecha.

Producto	Existencias (kg)	Pedidos (kg)
Jitomate	$23\frac{3}{4}$	$-28\frac{1}{2}$
Aguacate	$22\frac{1}{4}$	$-17\frac{3}{4}$
Manzana	$15\frac{1}{4}$	$-19\frac{1}{2}$
Melón	$25\frac{1}{4}$	$-24\frac{3}{4}$

a) ¿De cuáles productos tiene suficiente mercancía?
b) ¿De cuáles debe comprar más a sus proveedores?
c) ¿Qué cantidad de cada producto debe solicitar para satisfacer la demanda de sus clientes?
d) ¿Qué operación realizaste para responder la pregunta anterior? ¿Qué procedimiento seguiste?

Para aprender más

Ingresa en el sitio nuevaescuelamexicana.sep.gob.mx/detalle-recurso/895 y conoce más sobre la suma y resta de números positivos y negativos.

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se estudia el contenido "Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos". Luego, reflexiona y contesta.

- Describe tres situaciones que se puedan representar con números negativos.
- Explica por qué una suma de números positivos y negativos se puede representar como resta y viceversa.
- ¿En qué contextos se usan estas operaciones en tu libro?
- ¿En qué situaciones has empleado operaciones con números positivos y negativos?

Qué aprendí

Responde y entrega tus respuestas al profesor para que evalúe tu avance.

a) Mario dedica $\frac{5}{12}$ partes del día a trabajar y trasladarse al trabajo, $\frac{1}{8}$ del día a hacer ejercicio y $\frac{1}{4}$ parte del día a dormir. Si se escriben como números negativos las fracciones del día que tiene ocupadas, ¿qué fracción del día tiene ocupada?

b) ¿Cuáles son las diferencias y las semejanzas en el proceso de sumar o restar fracciones y decimales positivos y negativos en comparación con la suma y resta de números enteros?

A divertirnos

Para este juego, necesitas dos dados, uno rojo y uno azul, y una moneda. Con un compañero o en equipos, hagan lo siguiente.

- Cada jugador debe preparar previamente cinco preguntas sobre el contenido trabajado en esta ficha, las cuales validará el profesor.
- Por turnos, cada alumno contestará una pregunta. Después, lanzará los dados y la moneda al aire.
- Los puntos se escribirán en forma de fracción. El dado rojo indicará el valor del numerador y el azul, el del denominador. Si la moneda cae en águila, los puntos serán positivos; si cae en sol, serán negativos.
- Si el jugador responde de manera correcta la pregunta, gana los puntos y, por tanto, se le suman. En caso contrario, pierde los puntos, por lo que se le restan. El jugador que obtenga la puntuación más alta después de cinco partidas será el ganador.

A compartir

Juega con tu familia y amigos aplicando las mismas reglas. Las preguntas pueden relacionarse con sus gustos, edad, pasatiempos, etcétera. Pregúntales si les gustó el juego. Con lo que aprendiste en esta ficha, oriéntalos para sumar los puntos.

FICHA 4

Multiplicación con fracciones y decimales

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.

Contenidos específicos:

- Resuelve problemas de multiplicación con fracciones positivas.
- Resuelve problemas de multiplicación y división con decimales.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz
- ✓ Calculadora

A usar tu cuaderno

Analiza la etiqueta de información nutrimental y contesta en tu cuaderno.

Información nutrimental
Tamaño de la porción 1/4 de taza (110 g)
Porciones por envase 8

Cantidad por porción	
Calorías 100	Calorías de las grasas 20
Valor diario*	
Grasa total	**1.8 g**
Grasas saturadas	0.9 g
Grasas *trans*	0.9 g
Colesterol	**0.01 g**
Sodio	**0.3 g**
Total de carbohidratos	
Fibra	0%
Azúcares	3.8 g
Proteína	
Vitamina A 0% *	Vitamina C 0%
Calcio 8% *	Hierro 0%

*Los porcentajes de valores diarios se basan en una dieta de 2 000 calorías

- Escribe las fracciones y los números decimales que encuentres en la etiqueta.
- ¿A cuántas tazas equivalen cinco porciones?
- ¿A cuántas tazas equivalen siete porciones?
- ¿Cuánta grasa saturada tienen tres porciones?
- ¿Qué cantidad de azúcar tienen siete porciones?
- ¿Cuánto colesterol contienen cinco porciones?
- ¿Cuánto sodio hay en nueve porciones?
- ¿Qué operaciones efectuaste para contestar las preguntas anteriores?
- ¿Qué unidades de medida se usan en la tabla y con qué finalidad?
- ¿Qué operaciones llevas a cabo para cambiar de una unidad de medida a otra?

Manos a la obra

1. Lee la información y contesta en tu cuaderno.

Para cuidar su salud, María no solo observa las etiquetas de información nutrimental de lo que come. También trota en una pista de 350 metros.

a) ¿Con qué operación puede calcularse la distancia que se recorre al dar dos vueltas a la pista?
b) ¿Con qué operación puede calcularse la distancia que se recorre al dar tres vueltas a la pista?
c) Completa la tabla con las distancias que María recorre cuando trota en la pista.

Vueltas completas	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Distancia (m)									

d) ¿Qué distancia recorre María si solo trota la mitad de la pista?

e) ¿Qué distancia recorre si solo trota la cuarta parte de la pista?

f) Completa la tabla con las distancias que recorrería para cubrir las siguientes fracciones de la pista.

Fracciones de la pista	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$
Distancia (km)									

g) ¿Qué procedimiento seguiste para calcular las distancias anteriores?

La $\frac{1}{n}$ parte de un entero se puede calcular dividiendo el entero entre n.

Calcular la $\frac{1}{n}$ parte de un entero es lo mismo que multiplicar $\frac{1}{n}$ por el entero.

h) Un día, María recorrió $\frac{5}{8}$ de la pista. En la siguiente recta numérica, representa con un punto la distancia que recorrió. Recuerda que $\frac{5}{8}$ significa dividir el entero en ocho partes iguales y tomar cinco de ellas.

i) ¿Qué distancia recorrió María si trotó $\frac{5}{8}$ de la pista? ¿Cómo lo calculaste?

La $\frac{m}{n}$ parte de un entero se puede calcular multiplicando el entero por m y dividiendo el resultado entre n.

Calcular la $\frac{m}{n}$ parte de un entero es lo mismo que multiplicar $\frac{m}{n}$ por el entero.

j) Juan también trota en una pista de $\frac{3}{4}$ de kilómetros. Completa la tabla con las distancias que recorre al dar las vueltas que se indican.

Vueltas	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Distancia (km)									

k) ¿Cómo calculaste las distancias anteriores?

El resultado de multiplicar un entero por una fracción es otra fracción con el mismo denominador y cuyo numerador es el producto del entero por el numerador de la fracción.

l) Si se multiplica el denominador de la fracción $\frac{3}{4}$ por 2, se obtiene $\frac{3}{8}$. ¿Qué parte de la pista representan $\frac{3}{8}$ de kilómetro?

m) ¿Cómo calcularías la longitud de una cuarta parte de la pista?

n) Completa la tabla con las distancias que se recorren al trotar fracciones de pista.

Fracciones de pista	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$
Distancia (km)									

La $\frac{1}{n}$ parte de una fracción es una fracción con el mismo numerador de la fracción original y cuyo denominador es el producto del denominador de la fracción por n.

ñ) Si Juan recorre $\frac{3}{8}$ de la pista, ¿qué distancia trotó? ¿Cómo lo calculaste?

o) Explica un procedimiento para calcular cuánto miden $\frac{3}{5}$ de la pista.

La $\frac{m}{n}$ parte de una fracción $\frac{a}{b}$ es otra fracción cuyo numerador es el producto $m \times a$ y cuyo denominador es el producto $n \times b$.

Calcular la $\frac{m}{n}$ parte de una fracción $\frac{a}{b}$ es lo mismo que multiplicar $\frac{m}{n} \times \frac{a}{b}$.

2. Completa la tabla. Escribe la distancia que miden las fracciones de la pista de la actividad anterior.

Fracción de la pista	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{10}{7}$	$\frac{25}{6}$
Distancia en metros										

3. Contesta en tu cuaderno de acuerdo con los datos de la etiqueta de información nutrimental de la actividad inicial.

a) ¿Cuántos kilogramos son una porción?

b) ¿Cuántos gramos son una porción?

c) ¿Cuántos gramos son dos porciones?

d) ¿Cuántos gramos son 2.5 porciones?

e) ¿Cuántos gramos son 0.5 porciones?

f) ¿Cuántos gramos son 3.4 porciones?

g) Observa que puedes resolver las preguntas de los incisos *d*, *e* y *f* efectuando multiplicaciones. ¿Por qué?

h) ¿Qué harías para expresar el resultado en kilogramos de las preguntas *d*, *e* y *f*?

i) ¿Qué procedimiento emplearías para efectuar las operaciones directamente y obtener el resultado en kilogramos?

j) Describe un procedimiento para multiplicar 3.4×5.67.

4. Completa la tabla con los datos de la etiqueta de información nutrimental.

	Porciones				
	2.3	4.5	6.8	3.65	4.47
Grasa total					
Grasas trans					
Colesterol					
Sodio					
Azúcares					

Para multiplicar dos números decimales, la operación se efectúa como si se tratara de números naturales y después, en el resultado, se separan tantas cifras decimales como tengan los factores.

Abre tu libro de texto

Consulta tu libro de texto de Matemáticas 1 donde se desarrolla el tema "Multiplicación de fracciones y decimales". Luego, escribe en tu cuaderno un caso en el que se pueden aplicar dichas operaciones.

Qué aprendí

Resuelve los problemas. Entrégalos al docente para que evalúe tu aprendizaje.

a) Un carpintero está pintando una tabla de $\frac{5}{6}$ de m de longitud. Si ya pintó dos terceras partes, ¿qué longitud ha pintado?

b) Alejandra trabaja en una tienda y recibe \$0.12 de comisión por cada peso que vende. Si hoy vendió \$2345.50, ¿cuánto le corresponde de comisión?

c) En una carpintería tienen 23.5 kg de clavos. Si cada kilogramo se vende a \$4.50, ¿cuánto obtendrán por la venta de todos los clavos?

Para aprender más

Consulta en la Secretaría de Salud la información que contiene el etiquetado frontal nutrimental y cómo te puede servir para mejorar tu alimentación.

Responde.

- ¿Cómo determinas cuándo un problema puede resolverse con una multiplicación?

A divertirnos

Reúnete con un compañero, analicen la información y respondan.

- Juan, Beatriz, Alfonso y Rita coleccionan estampas. Beatriz tiene $\frac{3}{5}$ de las que tiene Juan; Alfonso, $\frac{3}{4}$ de las que tiene Beatriz y Rita, $\frac{5}{3}$ de las que tiene Alfonso. ¿Qué parte de las estampas de Juan tiene Rita?

A compartir

Reflexiona cómo puede calcularse el IVA de una cantidad por medio de una multiplicación. Pregunta a tus familiares cómo lo hacen y contrasta sus procedimientos con el que tú hallaste.

División con decimales

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales.

Contenidos específicos:

- Resuelve problemas de multiplicación con fracciones positivas.
- Resuelve problemas de multiplicación y división con decimales.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.º de secundaria
- ✓ Cuaderno y lápiz
- ✓ Calculadora

A usar tu cuaderno

Analiza la situación y haz lo que se pide en tu cuaderno.

En un almacén tienen 645.35 L de aceite de oliva y desean envasarlos en bidones de un galón. Si un galón son 3.785 L, ¿cuántos bidones se podrán llenar? ¿Cuánto aceite sobra?

- Explica con qué operación puede resolverse el problema.
- Estima el resultado y escríbelo.

Manos a la obra

1. Contesta en tu cuaderno.

a) ¿Cuántas veces debes sumar 3.785 para obtener 105.99?

b) Completa esta multiplicación: 3.785 × __________ = 105.99

c) En el mismo almacén, en una ocasión, llenaron bidones de un galón con 105.99 L sin que faltara o sobrara aceite. ¿Cuántos bidones llenaron?

d) Si los bidones fueran de 4 L, ¿cuántos podrían llenar con 645.35 L? ¿Cuánto aceite sobraría?

e) Si 1 L = 1 000 mL, ¿cuántos mililitros son 3.785 L?

f) ¿Cuántos mililitros son 645.35 L?

g) ¿Con qué operación puedes saber cuántos bidones de un galón se pueden llenar con 645.35 L? Utiliza los resultados obtenidos en los incisos *e* y *f* y calcúlalo. Expresa la cantidad de aceite sobrante en litros.

2. Haz lo que se solicita.

Escribe una regla para realizar una división entre dos números decimales, considerando la propiedad según la cual un cociente no se altera cuando se multiplican el dividendo y el divisor por un mismo número. Luego revisa la siguiente información.

Para hacer una división entre dos números decimales, se puede multiplicar ambos números por una potencia de 10 de manera que el divisor se convierta en un entero. Por ejemplo, para realizar la división $0.035\overline{)0.8953}$, se multiplica por $10^3 = 1000$ el dividendo y el divisor, para obtener: $895.3 \div 35 = 25.58$. Por tanto, $0.8953 \div 0.035 = 25.58$.

Si el dividendo y el divisor de una división se multiplican por el mismo número, el cociente de la segunda división es igual que el de la división original.

3. Resuelve los problemas en tu cuaderno.

a) Si en la actividad inicial se vende cada galón de aceite a \$345.50 y un día la venta fue de \$7 946.50, ¿cuántos galones se vendieron?

b) En el almacén tienen tornillos con las medidas en pulgadas (in) indicadas.

c) Completa la tabla. Anota las medidas de los tornillos en centímetros. Aproxima hasta milésimos y toma en cuenta que 1 cm = 0.394 in.

	Medida en pulgadas					
	0.125	0.25	0.375	0.5	0.625	0.875
Centímetros						

- ¿Cuál tornillo mide el doble que el más pequeño? ¿Cuál mide el triple?
- Determina la relación del tamaño de cada tornillo con el del más pequeño y verifica que las medidas en pulgadas y centímetros cumplan la misma relación.

d) En el almacén también tienen varios pizarrones con medidas en pies. Calcula sus dimensiones en centímetros y completa la tabla. Toma en cuenta que 1 cm = 0.0328 pies.

	Pizarrón 1		Pizarrón 2		Pizarrón 3		Pizarrón 4	
	largo	ancho	largo	ancho	largo	ancho	largo	ancho
Medidas en pies	5.5	3.4	7.8	4.6	8.5	5.9	10.6	8.5
Medidas en centímetros								

e) Un camión del almacén transporta mercancía hacia Estados Unidos. Si hace un recorrido de 2 387 km, ¿a cuántas millas equivale?
Toma en cuenta que 1 milla = 1.609 km.

f) Se calcula que cada camión del almacén gasta un litro de diésel para recorrer 2.85 km aproximadamente. Según el odómetro de los vehículos, estos han recorrido los siguientes kilometrajes. ¿Cuánto combustible han consumido aproximadamente? Completa la tabla.

Camión	1	2	3	4	5	6	7
Kilómetros recorridos	378.4	1 405.7	789.25	1 067.54	128.97	609.67	2 679.45
Gasto de diésel (L)							

- Si el diésel cuesta $21.70, ¿cuántos litros puede comprar el chofer de un camión con $525.00?
- ¿Cuántos litros de diésel han consumido los camiones de acuerdo con los gastos que se muestran en la tabla?

Camión	1	2	3	4	5	6	7
Gasto ($)	589.50	2876.00	1567.80	1 067.54	128.97	609.67	2679.45
Diésel (L)							

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se desarrolla el tema “Multiplicación y división de decimales”. Luego, escribe en tu cuaderno un caso en el que se pueden aplicar dichas operaciones.

Qué aprendí

Resuelve los problemas y entrégaselos al profesor para que evalúe tu aprendizaje.

a) En un maratón se recorren 42.1965 km. Se dice que en el kilómetro 30 se presenta la barrera de cansancio. Expresa qué porcentaje del total se ha recorrido en ese punto.

b) Un frasco contiene 30 mL de medicamento para los ojos. Rosalía debe ponerse una gota en cada ojo tres veces al día. Si una gota son 0.66 mL, ¿cuántos días le durará el frasco?

c) Un modista tiene 29.5 m de tela para confeccionar vestidos de muñecas. Si en cada vestido usa 0.75 m de tela, ¿cuántos vestidos puede hacer y cuánta tela le sobrará?

d) El área de un rectángulo es 1445.84 cm^2. Si el ancho mide 24.8 cm, ¿cuánto mide el largo?

e) Un artículo cuesta $446.60 con 16% del IVA ya incluido. ¿Cuál de las siguientes estrategias es correcta para obtener el precio del artículo sin IVA?
Explica en tu cuaderno por qué.
Como el IVA es de 16%:

A. Se debe multiplicar 446.60 por 0.16.
B. Se debe dividir 446.60 por 0.16.
C. El precio con IVA es 1.16 veces el precio del artículo sin dicho impuesto, por lo que se debe dividir 446.60 entre 16.
D. El precio con IVA es 1.16 veces el precio del artículo sin ese impuesto, por lo que se debe dividir 446.60 entre 1.16.

Elije dos de los problemas anteriores y explica en tu cuaderno cómo los resolviste. Escribe también lo que se te dificultó y coméntalo con el docente.

A divertirnos

Elabora tarjetas que tengan divisiones con decimales. Ponte a prueba: ¿qué tan rápido las puedes resolver mentalmente?

- Algunas operaciones con decimales pueden efectuarse rápidamente. Por ejemplo, dividir entre 0.5 es lo mismo que multiplicar por 2. ¿Por qué?
- Busca otras divisiones con decimales que puedan efectuarse mentalmente.

A compartir

Comparte con tus familiares las estrategias que seguiste para dividir mentalmente. Pregúntales si ellos conocen otras.

Sucesiones y expresiones algebraicas

Aprendizaje fundamental imprescindible: Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.

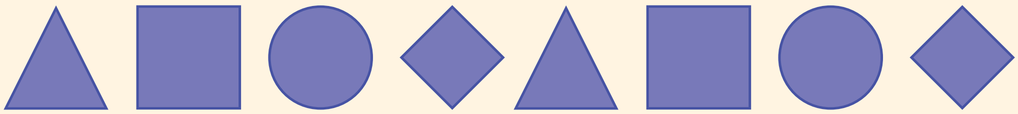
Contenido específico: Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno y lápiz
- ✓ Calculadora
- ✓ Hoja de cálculo (opcional)

A usar tu cuaderno

Analiza las siguientes figuras y contesta en tu cuaderno.



Posición 1 2 3 4 5 6 7 8

- De acuerdo con el orden de las figuras, ¿cuál ocupará la posición 9?
- ¿Qué figura estará en la posición 11?
- ¿Y en la posición 20?
- Para identificar qué figura estará en cada posición, escribe las sucesiones de números que se corresponden con las posiciones de cada figura. Guíate con el ejemplo.

Triángulos	1, 5, 9, 13, 17, 21,...
Cuadrados	
Círculos	
Rombos	

Manos a la obra

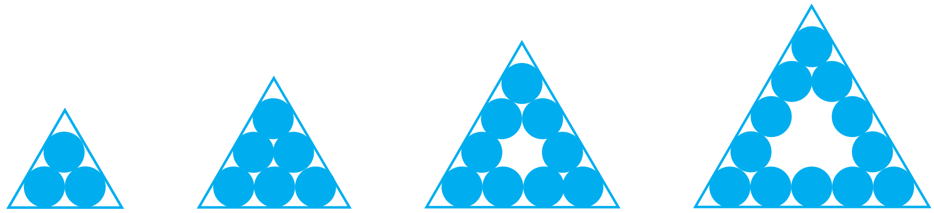
1. Observa la siguiente sucesión numérica. Luego, contesta.

4, 8, 12, 16, 20,...

a) ¿Cuáles son los siguientes tres números que continúan la sucesión?
b) ¿Cómo puedes saber qué número sigue si conoces el anterior?
c) Escribe una regla general para obtener un número de la sucesión a partir del anterior.
d) ¿Puedes obtener con esta regla cualquier elemento de la sucesión? Explica tu respuesta.

Los elementos de una sucesión, ya sea numérica o de figuras, se llaman **términos**. El lugar que ocupa cada término se conoce como **posición**. Los puntos suspensivos (...) en una sucesión numérica indican que la lista continúa indefinidamente: 1, 2, 3,...

2. Observa los primeros cuatro términos de la siguiente sucesión y responde.



Posición 1 2 3 4

a) ¿Cómo cambia el número de círculos de una posición a la siguiente?
b) Si la sucesión continúa, ¿cuántos círculos tendrán las figuras de las posiciones 5 y 8?
c) ¿Cuál es el número de círculos en cada posición? Llena la tabla.

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8
Núm. de círculos								

d) ¿Qué número debe multiplicarse por cada posición para obtener el número de círculos?
e) ¿Qué regla general o patrón permite obtener el número de círculos a partir de la posición que ocupa la figura? Descríbela en tu cuaderno.
f) ¿Te permite esta regla obtener cualquier término de la sucesión? Argumenta tu respuesta.

En una sucesión con **progresión aritmética**, la diferencia entre dos términos consecutivos es una cantidad constante llamada **diferencia de la progresión**.

La regla de una sucesión con progresión aritmética puede referirse a la diferencia entre dos términos consecutivos o a la relación de cada término con la posición que ocupa.

3. Resuelve lo que se pide con base en la siguiente regla.

Cada figura de la sucesión tiene un número de puntos igual a cuatro veces el lugar que ocupa en la sucesión más uno.

a) Escribe los primeros 10 términos de la sucesión.
b) Subraya la expresión algebraica que representa la regla general de la sucesión. La letra *n* representa la posición de cada término.

- $4 + n$
- $4n + n$
- $4n + 1$

c) A partir de la regla que escogiste, calcula cuántos puntos tienen las figuras que están en las posiciones 11 y 14.
d) ¿Cuál es la ventaja de representar una sucesión con una expresión algebraica?

Para obtener cualquier término de una sucesión es conveniente representar la regla de la sucesión con una expresión algebraica.

Por ejemplo, la regla de la sucesión 3, 6, 9, 12,... se puede representar con la expresión algebraica $3 \times n$, o simplemente $3n$. La letra n representa una posición cualquiera en una sucesión y solamente puede tomar valores en los números naturales: 1, 2, 3, 4,...

Si se desea saber qué número ocupa el lugar 231 en la sucesión anterior, basta sustituir ese número en la variable n: $3 \times (231) = 693$.

4. Completa la tabla a partir de la regla para cada sucesión. Escribe el término que corresponde a cada posición. Puedes utilizar tu calculadora.

Regla general	Posición						
	1	2	3	4	5	6	7
$2n$							
$2n + 1$							
$2n - 5$							
$2n - 1$							
$2n + 3$							

a) ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos en cada sucesión?
b) ¿Qué tienen en común las expresiones algebraicas de las sucesiones anteriores?
c) ¿En qué son diferentes?
d) A partir de tus observaciones, establece una expresión algebraica, en términos de n, que represente la regla general de la sucesión 4, 6, 8, 10, 12,...
e) ¿Qué número está en la posición 20 de la sucesión anterior?
f) Las sucesiones que se obtienen con las expresiones $2(n - 1) + 2$ y $2(n - 1) + 1$ son iguales que dos de la tabla anterior. ¿Cuáles son?
g) ¿Con qué expresiones algebraicas se obtienen las mismas sucesiones?

Una forma de encontrar la expresión algebraica de la regla para obtener cualquier término de una sucesión con progresión aritmética, es a partir de la expresión $An + B$, donde A representa la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión, n representa la posición de cualquier término de la sucesión y B es la cantidad que se debe sumar o restar a A para obtener el primer término de la sucesión.

Dado que una expresión algebraica puede escribirse de formas equivalentes, es posible hallar varias maneras de representar de forma algebraica la regla general de una sucesión. En todo caso, para comprobar la equivalencia de dos expresiones, hay que verificar que con ambas se obtiene la misma sucesión.

Abre tu libro de texto

Consulta en tu libro de texto de Matemáticas 1 los planteamientos en los que se obtengan las reglas generales de sucesiones aritméticas. Reflexiona y contesta.

- ¿Qué literales se usan en las expresiones algebraicas que representan la regla general de una sucesión?

5. Analiza la siguiente sucesión y responde.

1, 3.5, 6, 8.5, 11, 13.5, 16, 18.5,...

Posición	Término	Expresión para obtener el término de la sucesión
1	1	1
2	3.5	$1 + 2.5 = 1 + (1)(2.5)$
3	6	$1 + 2.5 + 2.5 = 1 + (2)(2.5)$

a) ¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos?
b) ¿Cuál es el primer término de la sucesión?
c) ¿Cómo se relaciona la cantidad de veces que se suma la diferencia entre dos términos consecutivos de la sucesión con la posición de los términos en esta?
d) Observa las expresiones para obtener los primeros términos de la sucesión en la tabla. Cópiala en tu cuaderno y complétala hasta la posición 8.
e) Si se continúa la sucesión, ¿cómo se escribirá la expresión del término 100?
f) ¿Cuál es la expresión algebraica para el término en la posición n?

Otra forma de obtener cualquier término de una sucesión con progresión aritmética es por medio de la expresión $d(n - 1) + a$.

Donde n representa la posición del término, d es la diferencia entre dos términos consecutivos y a, el primer término de la sucesión.

6. Analiza cada sucesión y escribe una expresión algebraica para la regla que la genera.

a) 1, 5, 9, 13,...
b) 4, 8, 12, 16,...
c) 3, 8, 13, 18,...
d) −2, −1.5, −1, −0.5,...
e) 1, 1.25, 1.5, 1.75,...
f) $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1,...$

para aprender más

Si cuentas con conexión a internet, observa en la primera parte del tutorial disponible en www.edutics.mx/qjU cómo utilizar una hoja de cálculo para obtener una sucesión a partir de su expresión algebraica.

7. Comprueba si las siguientes expresiones son equivalentes y representan la misma sucesión.

a) $2.5(n - 1)$ y $2.5n - 2.5$
b) $8(n - 2)$ y $8(n - 1) - 8$
c) $3\frac{1}{2} + 2(n - 1)$ y $2n - 1\frac{1}{2}$

Abre tu libro de texto

Revisa en tu libro de texto de Matemáticas 1 el tema "Reglas generales de sucesiones aritméticas". Explica cómo saber si dos expresiones algebraicas que representan la regla general de una sucesión son equivalentes. Luego, busca los planteamientos en los que se pide obtener expresiones algebraicas y resuélvelos.

8. **Lee la información y haz lo que se pide.**

> Se sabe que el número 601 forma parte de la sucesión cuya regla general se representa con la expresión algebraica $4n + 1$, es decir, para algún valor de n se tiene que $4n + 1 = 601$.

a) Aplica tus conocimientos para resolver ecuaciones y explica cómo puedes conocer el valor de la posición n para la cual se cumple la condición anterior.

b) ¿En qué posición de la sucesión está el número 601?

c) Determina la posición para los términos 29, 61, 133 y 136 y llena la tabla. Recuerda que solo pueden ser números naturales.

Posición				
Término	29	61	133	136

d) Explica si fue posible determinar una posición para todos los números de la tabla.

e) ¿Cómo saber, a partir de la expresión algebraica, si un número es parte de una sucesión?

Para aprender más

En www.edutics.mx/3Y4 encontrarás ejercicios sobre progresiones aritméticas.

Abre tu libro de texto

Consulta en tu libro Matemáticas 1 el tema "Reglas generales de sucesiones aritméticas". Revisa los planteamientos y contesta.

- ¿Cómo se obtiene la sucesión a partir de la expresión algebraica?
- Si se conoce la expresión algebraica de una sucesión, ¿cómo se encuentra el valor numérico de cualquier término?
- ¿Cómo se obtiene la posición que ocupa un término?

Qué aprendí

Resuelve y entrega tus respuestas al profesor en una hoja o en un archivo digital.

Encuentra el término que está en la posición 17 en la siguiente sucesión: $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, 1, \ldots$

- ¿Cuál es el cuarto término?
- ¿Cómo obtienes un término de la sucesión a partir del anterior?
- ¿Cómo se relaciona cualquier término de la sucesión con la posición que ocupa?
- Escribe la expresión algebraica que representa la regla general de la sucesión. Verifica que sea correcta.

A divertirnos

Elabora tarjetas con las expresiones algebraicas que representen la regla general de algunas sucesiones y juega a identificar sus términos. Se necesita de una persona que sea el juez y al menos dos contrincantes. Por turnos, elijan una tarjeta y usando el cálculo mental digan los primeros cinco términos de la sucesión. El juez puede usar una calculadora para validar las respuestas.

A compartir

Invita a tu familia o amigos a plantear sucesiones con progresión aritmética. A partir de lo que aprendiste, explícales cómo pueden establecer estrategias para plantear esas sucesiones. Puedes utilizar las expresiones algebraicas que obtuviste en los planteamientos de esta ficha.

Valores desconocidos y ecuaciones lineales I

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Contenidos específicos:

- Formula ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identifica la incógnita.
- Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.º de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz

A usar tu cuaderno

Lee lo siguiente y contesta.

Miguel pensó en un número entero positivo, lo multiplicó por 2 y al resultado le sumó 3. El número que obtuvo es 11.

- Para saber qué número pensó Miguel, ¿cuál es la primera operación que debe realizarse? ¿Cuál es la segunda operación que se debe hacer?
- ¿Qué número pensó Miguel?
- Maru pensó en otro número e hizo las mismas operaciones que Miguel. Como resultado, obtuvo 23. ¿Cuál fue el número que pensó Maru?

Manos a la obra

1. **Analiza los enunciados y calcula los valores que se piden.**

   a) Pedro pensó en un número, le sumó 7 y obtuvo 35. ¿Cuál número pensó?
   b) Galilea corrió 15 kilómetros, que son cuatro más de los que recorrió su prima Romina. ¿Cuántos kilómetros corrió Romina?
   c) Ricardo tiene veintiún años y tiene nueve años más que su hermano Mauricio. ¿Cuántos años tiene Mauricio?

2. **Resuelve la siguiente situación y contesta.**

   a) A Felipe le regalaron dos paquetes de pelotas de tenis y dos pelotas sueltas. Ahora tiene ocho pelotas. ¿Cuántas pelotas tiene cada paquete?
   b) ¿En qué es diferente esta situación de las de la actividad 1?

Para encontrar un *valor desconocido*, es necesario identificar la cantidad final y las operaciones con las que se obtuvo dicha cantidad. Después, se hacen las operaciones inversas para calcular la cantidad inicial. La *suma* y la *resta* son *operaciones inversas*, al igual que la *multiplicación* y la *división*.

3. **Retoma la información de la actividad inicial y responde.**

   a) ¿Cuál es la cantidad desconocida del problema?
   b) Usa la letra x para representar un número desconocido.
   c) Escribe las siguientes expresiones algebraicas:

- La que representa el número que se obtiene de multiplicar por 2 el número x.
- La que representa el número que se obtiene de sumar 3 al resultado anterior.

d) Iguala la expresión anterior con el número que obtuvo Miguel.
e) El resultado que obtuvo Maru fue 23. Si llamas x al número que pensó Maru, ¿cuál igualdad representa el hecho de que el resultado que obtuvo fue 23?

$x + 3 = 23$ $\quad$ $2(x + 3) = 23$ $\quad$ $2x + 3 = 23$ $\quad$ $2x = 23$ $\quad$ $2x = 23 + 3$

Una *ecuación* es una igualdad entre dos expresiones en la que al menos en una de ellas hay una cantidad desconocida. Esta cantidad se llama *incógnita*, y para representarla se usa una literal. Por ejemplo: $x + 13 = 22$, $y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, $2.3z + 5 = -3.5$.

4. Escribe una expresión algebraica en la que la literal sea *z* para representar cada enunciado.

- Al triple de un número se le suma 2.
- El 16% de una cantidad.
- La suma de dos enteros consecutivos.
- El perímetro de un rectángulo cuya base tiene 10 cm de longitud.

¿Cuál de los enunciados te fue más difícil representar con una expresión algebraica? ¿Por qué?

5. Usa las expresiones que anotaste en la actividad anterior y escribe una ecuación que represente cada una de las siguientes situaciones.

- Al sumar 2 al triple de un número se obtiene 14.
- El 16% de una cantidad es 32.
- La suma de dos enteros consecutivos es 25.
- El perímetro de un rectángulo cuya base tiene 10 cm de longitud es 34.

6. Ahora, realiza esta actividad y revisa la información que sigue.

a) Escribe qué número es $4x - 2$ en cada uno de los siguientes casos:
Cuando x es 8. $\quad$ Cuando x es 2. $\quad$ Cuando x es 3.
b) Escribe qué número es $3x + 1$ en cada uno de los siguientes casos:
Cuando x es 8. $\quad$ Cuando x es 2. $\quad$ Cuando x es 3.
c) Usa tus respuestas para contestar lo siguiente. En la ecuación $4x - 2 = 3x + 1$, ¿cuál es el valor de x con el que las expresiones $4x - 2$ y $3x + 1$ representan al mismo número?

En esta ficha has trabajado con ecuaciones lineales de una incógnita. Resolverlas significa encontrar el valor de la incógnita para el cual el número representado del lado izquierdo del signo de la igualdad es el mismo que el número del lado derecho. Por ejemplo, la solución de la ecuación $3x - 1 = 20$ es $x = 7$, porque cuando $x = 7$ se tiene $(3 \times 7) - 1 = 20$.

La solución de una ecuación lineal con una incógnita es un único número, es decir, no puede haber dos valores distintos de la incógnita que hagan cierta la igualdad. Para verificar que un valor es solución de la ecuación, hay que sustituir el valor encontrado por la literal y verificar que el enunciado sea verdadero. Por ejemplo, $x = 2$ no es solución de la ecuación $3x - 1 = 20$, pues cuando $x = 2$, $(3 \times 2) - 1 = 5$, que es distinto de 20.

7. Ahora, utilicemos la balanza para resolver una ecuación lineal.

En uno de los platillos de una balanza, hay dos bolsas con la misma cantidad de canicas más cuatro canicas sueltas, y en el otro platillo hay 18 canicas sueltas. Todas las canicas pesan lo mismo y la balanza está en equilibrio, tal como se observa en la imagen de la izquierda.

a) Representa con una literal el número de canicas que hay en cada bolsa y escribe una ecuación que describa la igualdad de lo que hay en los dos platillos de la balanza.
b) ¿Se desequilibraría la balanza si quitaras una canica de cada lado? ¿Y si quitaras cuatro canicas de cada lado?
c) Escribe una nueva ecuación que represente la situación después de haber quitado cuatro canicas de cada lado.
d) ¿Cuántas canicas hay en las dos bolsas?
e) ¿Cuántas canicas hay en cada bolsa?
f) Comprueba tu respuesta sustituyendo el número de canicas de cada bolsa en la primera ecuación que obtuviste y verificando que en ambos platillos de la balanza haya el mismo número de canicas.

para aprender más

Consulta el texto 13, "¿Y si usamos también la cuchara?", del libro *Póngame un kilo de matemáticas*, de Carlos Andradas, de la serie Espejo de Urania de la colección Libros del Rincón, y conoce más sobre ecuaciones.

8. Con base en lo que observaste en la actividad anterior, responde.

a) ¿Qué pasa con la balanza si se quita o se pone la misma cantidad de canicas en cada uno de los platillos?
b) ¿Qué pasa con la balanza si se quita la mitad o el triple de canicas en cada platillo? ¿Y si se duplica o triplica la cantidad de canicas en ambos platillos?
c) ¿Cómo se puede ajustar la cantidad de canicas en la balanza de manera que se conserve el equilibrio?
d) Explica qué pasa con una igualdad cuando se suma o se resta el mismo número en ambos lados de la igualdad.
e) Explica qué pasa con una igualdad al dividir los dos miembros entre un mismo número distinto de cero y qué pasa cuando se multiplican los dos miembros por el mismo número.
f) ¿Qué operaciones debes realizar para dejar sola la incógnita de un lado de la igualdad en la ecuación $9x - 3 = 51$?
g) ¿Cuál es la solución de la ecuación $9x - 3 = 51$?

h) Revisa la siguiente información y verifica tus respuestas.

Despejar la incógnita en una ecuación significa realizar operaciones para dejarla sola de un lado de la igualdad y así obtener la solución. Cuando a ambos términos de una igualdad se suma, resta, multiplica o divide la misma cantidad (para la división, entre un valor distinto de cero), la igualdad permanece; esto se conoce como las propiedades de la igualdad. Por ello, para despejar la incógnita en una ecuación, se realizan las mismas operaciones en ambos miembros de la igualdad. En el siguiente ejemplo, x representa la incógnita, mientras que a, b y c son enteros o racionales positivos o negativos (con $a \neq 0$).

- Si la ecuación es de la forma $x + a = b$, se resta a en ambos lados de la ecuación, con lo que se obtiene $x + a - a = b - a$, de donde $x = b - a$.
- Si la ecuación es de la forma $x - a = b$, sumamos a en ambos lados, obteniendo $x - a + a = b + a$, de donde se concluye que $x = b + a$.
- Si la ecuación es de la forma $ax = b$, dividimos entre a ambos lados de la ecuación para llegar a $\frac{ax}{a} = \frac{b}{a}$, de donde se concluye que $x = \frac{b}{a}$.
- Si la ecuación es de la forma $\frac{x}{a} = b$, multiplicamos ambos lados de la ecuación por a, obteniendo $a(\frac{x}{a}) = ab$, de donde $x = ab$.
- Y si la ecuación es de la forma $ax + b = c$, primero restamos b en ambos lados de la igualdad, obteniendo $ax + b - b = c - b$, llegando a la ecuación $ax = c - b$ y después dividimos ambos lados entre a, para llegar a $\frac{ax}{a} = \frac{c - b}{a}$, de donde $x = \frac{c - b}{a}$.

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se desarrolla el contenido "Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales". Luego, reflexiona y responde.

Abre tu libro de texto

- ¿Qué son una incógnita y una ecuación?
- ¿Cuál es la operación inversa de la suma? ¿Y de la multiplicación?
- ¿Cuáles son las propiedades de la igualdad?

Lee el problema y haz lo siguiente.
Cada uno de los lados iguales de un triángulo isósceles mide 9 cm. ¿Cuánto mide el tercer lado si el perímetro del triángulo es de 25 cm?

Qué aprendí

a) Identifica las cantidades conocidas y la desconocida.
b) Representa con una letra la cantidad desconocida.
c) Utiliza la letra anterior y las cantidades conocidas para representar el perímetro.
d) Iguala la expresión anterior con un número que represente lo mismo y resuelve.

Reúnete con dos compañeros y cada uno piense en un número y haga operaciones de suma, resta, multiplicación y división para obtener otro valor. Luego, por turnos, describan las operaciones y el resultado para que los demás obtengan el número inicial. Repitan el juego. Gana quien calcule más números primero.

A divertirnos

Juega con tu familia a adivinar un número. Pide a un familiar que piense en un número, que haga operaciones con ese número y que te diga cuál es el resultado. Entonces deberás calcular el número en el que pensó. Luego, cambien los papeles.

A compartir

Ecuaciones lineales II

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Contenidos específicos:

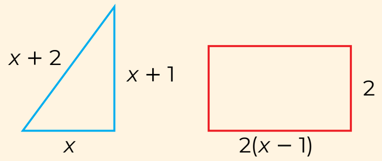
- Formula ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identifica la incógnita.
- Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.º de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz

A usar tu cuaderno

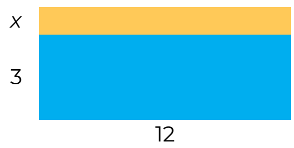
Analiza las figuras y haz lo que se pide.



a) Escribe una expresión algebraica para representar el perímetro del rectángulo y otra para representar el perímetro del triángulo.
b) Formula una ecuación que describa que los perímetros de ambas figuras son iguales.
c) Escribe cómo puedes encontrar el valor de x y calcúlalo.

Manos a la obra

1. Ahora, analiza la figura y haz lo que se pide.



a) Escribe una ecuación para representar el área del rectángulo bicolor, la cual es de 48 unidades cuadradas.
b) Escribe una ecuación que represente que la suma de las áreas del rectángulo azul y del rectángulo amarillo es 48. ¿Qué relación hay entre esta ecuación y la del inciso anterior?
c) ¿Cuánto mide la altura del rectángulo amarillo?
d) Comprueba que el valor que obtuviste de la altura del rectángulo amarillo es correcto sustituyéndolo en ambas ecuaciones.

Al multiplicar la suma o resta de dos o más números por otro número, se obtiene el mismo resultado si primero se hace la suma (o la resta) y luego la multiplicación, que si primero se hace la multiplicación por cada término y luego se hace la suma (o la resta).
Es decir, para cualesquiera a, b y c enteros o racionales positivos o negativos:

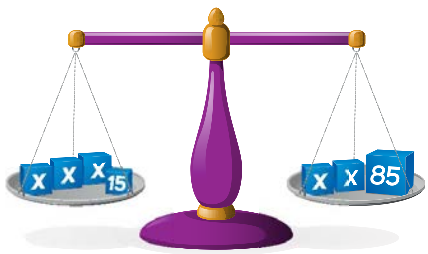
$$a(b + c) = ab + ac \qquad a(b - c) = ab - ac$$

2. Considera que el precio de un televisor es cinco veces el precio de un reproductor de música y haz lo que se indica.

a) Representa el precio del reproductor de música con la literal r y escribe una expresión algebraica que represente el precio del televisor y cuya única literal sea r.
b) Usa lo anterior para formular y resolver una ecuación que permita contestar la siguiente pregunta: si el televisor y el reproductor de música juntos cuestan 6 000 pesos, ¿cuánto cuesta el reproductor de música?

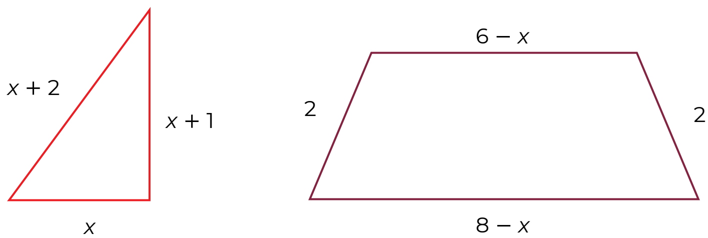
Cuando en una expresión algebraica aparecen varios sumandos con la misma literal, se pueden agrupar en uno solo haciendo las sumas o las restas correspondientes. A este procedimiento se le conoce como simplificación de expresiones algebraicas mediante agrupación de términos semejantes. Por ejemplo, la expresión algebraica $3x + 7x - 5x$ se reduce a la expresión $(3 + 7 - 5)x = 5x$.

3. Observa la balanza y haz lo que se indica.



a) Escribe una ecuación que describa la situación planteada en la imagen.
b) Si se quita una pesa etiquetada con la literal *x* de cada platillo, ¿se desequilibra la balanza? ¿Y si de ambos platillos de la balanza se quitan dos pesas etiquetadas con la literal *x*?
c) Escribe una ecuación que represente la situación cuando ya se quitaron dos pesas etiquetadas con la literal *x* de ambos platillos de la balanza.
d) ¿Qué operaciones hay que hacer en la primera ecuación para llegar a la segunda?
e) Resuelve la segunda ecuación.
f) Sustituye la solución de la segunda ecuación en la primera y escribe tus observaciones.

4. Ahora, analiza las figuras y responde.



a) Escribe una expresión algebraica para representar el perímetro del triángulo y otra para representar el perímetro del trapecio.
b) Ahora, escribe una ecuación que represente que el perímetro del triángulo es igual que el perímetro del trapecio. Agrupa los términos semejantes.
c) ¿Qué operación debes realizar para eliminar en alguno de los lados de la igualdad el término que contiene la incógnita *x*? Escribe cómo quedó la ecuación.
d) ¿Qué operaciones debes realizar para despejar la incógnita? Escribe la nueva ecuación.
e) ¿Para qué valor de *x* ocurre que el perímetro del triángulo es igual que el perímetro del trapecio?
f) Comprueba tu respuesta sustituyendo el valor de *x* en la ecuación original.

Una manera de resolver una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$, donde x representa la incógnita y a, b, c y d son enteros o racionales positivos o negativos conocidos, con $a \neq c$, es:

- Restar b en ambos lados de la igualdad y se obtiene la ecuación

$$ax = cx + d - b$$

- Restar cx en ambos lados de la igualdad y se obtiene la ecuación

$$ax - cx = d - b$$

- Agrupar los términos semejantes y simplificar hasta obtener una ecuación de la forma $(a - c)x = d - b$.
- Por último, dividir ambos miembros de la ecuación entre $(a - c)$ para obtener

$$x = \frac{d - b}{a - c}$$

Por ejemplo, para resolver la ecuación $8x - 4 = 7x + 3$, se resta -4 en ambos lados de la igualdad para obtener $8x - 4 - (-4) = 7x + 3 - (-4)$, haciendo las operaciones se tiene $8x = 7x + 7$; luego se resta $7x$ en ambos lados de la igualdad y se tiene $8x - 7x = 7x + 7 - 7x$, que equivale a $8x - 7x = 7$. Finalmente, al agrupar los términos semejantes se obtiene $x = 7$.

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se estudian los contenidos "Formula ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identifica la incógnita" y "Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales". Luego, responde.

- ¿En qué se parecen y en qué son diferentes las maneras de resolver ecuaciones de la forma $ax + b = c$ y de la forma $ax + b = cx + d$?
- Para que una ecuación sea del tipo $ax + b = cx + d$, ¿cómo deben ser los valores de a y c?

Qué aprendí

Resuelve el siguiente problema. Explica tu procedimiento.

Un rectángulo mide $3x + 2$ cm de largo y $4x - 1$ cm de ancho y su perímetro es igual que el de otro rectángulo que mide $2x + 5$ cm de largo y $x + 2$ cm de ancho. ¿Cuál rectángulo tiene mayor área?

A divertirnos

Reúnete con tres compañeros y entren en el siguiente sitio www.geogebra.org/m/dw99fHKB#material/DKZAEwPX. Lean las instrucciones y practiquen el planteamiento y solución de ecuaciones lineales con apoyo de la balanza. La participación debe ser por turnos. Para cambiar de ecuación, deben actualizar la página. Hagan varias rondas. Ganará quien haya resuelto correctamente más ecuaciones.

A compartir

Cuando vayas al tianguis o a la tienda con tu familia o amigos, anota en una libreta las compras que hagan. Con lo que aprendiste en esta ficha, y después de tener datos suficientes, utilízalos para plantear y resolver una ecuación del tipo $ax + b = cx + d$. Explica a tu familia y amigos cómo planteaste y resolviste la ecuación.

Problemas que se resuelven con ecuaciones lineales

Aprendizaje fundamental imprescindible: Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Contenidos específicos:

- Formula ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identifica la incógnita.
- Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.º de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz

A usar tu cuaderno

Lee y contesta.

En una papelería se venden plumas sueltas y en paquetes. Dos paquetes más tres plumas sueltas contienen la misma cantidad que tres paquetes menos nueve plumas sueltas. ¿Cuántas plumas hay en cada paquete?

- Escribe una ecuación que represente la situación anterior.
- Explica qué operaciones debes realizar para despejar la variable.

Manos a la obra

1. Relaciona cada enunciado con la ecuación que le corresponde.

Un número más doce es igual que diez más cinco veces ese número.	$12x\,1 + = 10x + 5$
Un número multiplicado por doce más uno es igual que ese número por diez más cinco.	$4x + 5 = 17$
Cuatro más cinco veces un número es igual que diecisiete.	$x + 12 = 10 + 5x$
Cuatro veces un número más cinco es igual que diecisiete.	$5x + 4 = 17$

2. Resuelve en tu cuaderno los problemas. Explica tus respuestas.

a) Si un número se multiplica por siete y se le suman ocho, el resultado es 43. ¿De qué número se trata?

b) Ocho veces un número más tres veces el mismo número es igual que 20 más nueve veces el número. ¿Cuál es el número?

c) Un triángulo y un rectángulo tienen el mismo perímetro. Los lados del primero miden x, $x + 2$ y $x + 3$ unidades, mientras que el segundo tiene 3.5 unidades de base y x unidades de altura. ¿Cuántas unidades miden los lados del triángulo? ¿Cuánto mide la altura del rectángulo?

d) Revisa la información de la siguiente página y verifica tus repuestas.

Una manera de resolver un problema mediante una ecuación es la siguiente:

a) Se identifican la cantidad desconocida (incógnita) y las conocidas.
b) La cantidad desconocida se representa con una letra.
c) Se usa la letra del paso anterior para obtener expresiones algebraicas que relacionen la cantidad desconocida con las otras cantidades.
d) Se establece la ecuación que representa la situación igualando dos expresiones de una misma cantidad.
e) Se resuelve la ecuación mediante operaciones inversas o las propiedades de la igualdad, es decir, se despeja la variable.
f) Se revisa la solución para descartar errores. Para ello, se sustituye en la ecuación el valor encontrado y se verifica que se cumpla la igualdad.
g) Finalmente, se interpreta la solución en el contexto del problema.

3. Resuelve el problema con base en la información anterior.

Andrea y Pablo tenían la misma cantidad de dinero y compraron lápices del mismo precio. Si Andrea compró 5 lápices y le quedaron 15 pesos y Pablo compró 3 lápices y le sobraron 29 pesos, ¿cuánto cuesta cada lápiz?

a) Identifica la cantidad desconocida del problema y las cantidades conocidas.
b) Representa con una letra la cantidad desconocida.
c) Utiliza la letra del paso anterior para obtener dos expresiones algebraicas: una que represente que Andrea compró 5 lápices y le quedaron 15 pesos; y otra que represente que Pablo compró 3 lápices y le sobraron 29 pesos.
d) Iguala las expresiones algebraicas del paso anterior para que obtengas una ecuación. Luego, resuélvela.
e) Revisa la solución e interprétala en el contexto del problema.

4. Resuelve en tu cuaderno los problemas planteando una ecuación para cada uno. Comprueba las soluciones.

a) La suma de tres números consecutivos es 45. ¿Cuáles son esos números?
b) Benjamín le dijo a Gustavo: “El doble del dinero que tengo más la mitad de esa cantidad es 200 pesos”. ¿Con cuánto dinero cuenta Benjamín?
c) Dos números pares consecutivos suman 26. ¿De qué números se trata?
d) Angélica le dijo a Liz: “Tengo el triple de dinero que tú y si te doy 20 pesos, tú tendrás el triple de dinero que yo”. ¿De cuánto dinero disponen Angélica y Liz?
e) Un quinto de un número más seis es igual que un tercio de ese número menos cuatro. ¿Qué número es?
f) Dos recipientes contienen la misma cantidad de agua. Si se vierten 15 litros de un recipiente en el otro, este último tendrá el triple de litros que el primero. ¿Cuántos litros de agua tienen los recipientes?

5. En cada caso, inventa un problema que se resuelva con la ecuación.

a) $15x + 5 = 9x - 7$ **b)** $-4.2x + 3 = 16.8x - 9$ **c)** $\frac{1}{2}x + 5 = -2x + 10$ **d)** $3(x - 2) = x$

6. **Inventa un problema según la condición que se pide en cada caso y escríbelo en tu cuaderno.**

a) Se resuelve con una ecuación del tipo $ax + b = c$, en la que a, b y c son números enteros o racionales, positivos o negativos.

b) Se resuelve con una ecuación del tipo $ax + b = cx + d$, en la que a, b, c y d son números enteros o racionales, positivos o negativos.

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se desarrollan los contenidos “Formula ecuaciones lineales que representan diversas situaciones e identifica la incógnita” y “Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales”. Luego, responde.

- ¿Qué pasos se deben seguir para resolver un problema a partir de su enunciado? ¿Por qué es importante revisar la solución de un problema?
- ¿Cuáles pueden ser las dificultades para inventar un problema que se resuelva con una ecuación lineal?

Qué aprendí

Resuelve el problema en tu cuaderno. Explica tu procedimiento.

En una caja chica y en una grande se guardaron 120 sombreros iguales. En la caja grande se colocaron 40 sombreros más que en la otra. ¿Cuántos sombreros hay en cada caja?

- ¿Cuál o cuáles ecuaciones expresan el problema?

  $x - 40 = 120 - x$ $\qquad$ $x + 40 = 120 - x$ $\qquad$ $x + (x + 40) = 120$
- Si en la ecuación $x - 40 = 120 - x$, x representa la cantidad de sombreros en la caja grande, ¿la ecuación puede ayudar a resolver el problema? ¿Por qué?
- Si en la ecuación $x + 40 = 120 - x$, x representa la cantidad de sombreros en la caja chica, ¿la ecuación puede ayudar a resolver el problema? ¿Por qué?
- ¿De qué otra manera se puede obtener la cantidad de sombreros de cada caja?
- ¿Cuántos sombreros hay en cada caja?

A divertirnos

Reúnete con tres compañeros y hagan la actividad.

Inventen un problema y represéntenlo con al menos tres ecuaciones distintas. Agreguen también ecuaciones que no correspondan a la situación del problema, pero que a simple vista parezca que sí. Intercambien su trabajo con otro equipo y determinen cuáles son las ecuaciones correctas e incorrectas. Resuelvan las ecuaciones e interpreten la solución en el contexto del problema.

A compartir

Plantea a tu familia y amigos el problema y las ecuaciones que escribieron. Pregúntales cuál piensan que es la ecuación correcta, sin decirles que varias lo son. Resuélvanlas entre todos para confirmar que las ecuaciones correctas permiten obtener el mismo resultado.

FICHA 10

Tablas de variación lineal

Aprendizaje fundamental imprescindible: Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.

Contenido específico: Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de su representación tabular y gráfica.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz
- ✓ Calculadora

A usar tu cuaderno

Analiza la situación y contesta en tu cuaderno.

En México, cada persona consume 195 botellas de plástico al año en promedio, que equivalen a 6.5 kg de desecho aproximadamente. Una botella de plástico tarda cerca de 500 años en degradarse y menos de 50% se recolecta para reciclaje, por lo que existen miles de botellas en los tiraderos de basura, en las calles o en el océano contaminando y matando especies. Por eso es muy importante contribuir al reciclado.

Fuentes: Profeco, BBC Mundo y *El Mundo*.

- Si una persona desecha 195 botellas de plástico al año, ¿cuántas botellas desechan dos personas?
- ¿Cuántas botellas desecha una persona en tres años?
- ¿A partir de qué número de personas se habrán desechado más de mil botellas en un año?
- ¿Cuántos kilogramos de desecho producen tres y diez personas en un año?
- ¿A partir de qué número de personas se habrán desechado más de 200 kg de botellas en un año?

Manos a la obra

1. Con los datos de la actividad inicial, completa la tabla y responde en tu cuaderno.

	Desecho por año					
Número de personas	1	2	3	4	5	6
Kilogramos		13				

\+ \+ \+ \+ \+

a) Anota en los óvalos el valor que se debe sumar para pasar de un número de kilogramos al siguiente de la tabla.

b) Los kilogramos de desecho producidos por 56 personas son 364 kg. ¿Cómo puedes aprovechar esta información para calcular los kilogramos de desecho que producen 55 y 57 personas?

A veces, dos variables se relacionan de manera que cuando los valores de la primera aumentan una unidad positiva, los valores de la segunda aumentan una cantidad constante. Por ejemplo:

21	22	23	24	25	26	27
73.5	77	80.5	84	87.5	91	94.5

+ 3.5   + 3.5   + 3.5   + 3.5   + 3.5   + 3.5

Si la constante es positiva, cuando una variable aumenta, la otra también aumenta.
La constante también puede ser negativa. En este caso, cuando una variable aumenta, la otra disminuye. Por ejemplo:

67	68	69	70	71	72	73
80.4	79.2	78	76.8	75.6	74.4	73.2

+ (−1.2)   + (−1.2)   + (−1.2)   + (−1.2)   + (−1.2)   + (−1.2)

2. En tu cuaderno y con los datos de la actividad inicial, completa la tabla y responde.

	Desecho por año					
Número de personas	11	23	36	49	67	86
Kilogramos						

×

a) ¿Cómo calculaste los kilogramos de desecho que producen 23 personas?
b) ¿Cómo calcularías los kilogramos de desecho de 22 personas usando el dato de los kilogramos de desecho de 11 personas?
c) ¿Cómo puedes calcular los kilogramos de desecho de 18 personas usando el dato de los kilogramos de desecho de 36 personas?
d) Divide los kilogramos de cada columna entre el número de personas que corresponde. ¿Qué obtienes?
e) Escribe en el óvalo de la derecha de la tabla el número que corresponde.

A veces, dos variables se relacionan de tal manera que para calcular el valor de una se multiplica el valor de la otra por una constante *k*. Por ejemplo:

3	8	15	27	35	56
15.3	40.8	76.5	137.7	178.5	285.6

× 5.1

La constante *k* también puede ser negativa:

8	15	45	67	76	98
−9.6	−18	−54	−80.4	−91.2	−117.6

× (−1.2)

Cuando dos magnitudes se relacionan de esa manera, se dice que presentan **variación proporcional**. La constante *k* se llama **factor de proporcionalidad**.

3. **En tu cuaderno, completa la tabla y calcula lo que se solicita.**

	Botellas de plástico desechadas por año					
Número de personas	14	39	43	48	78	88
Número de botellas	2520					

a) ¿Cuántas botellas desechan por año 28 personas de acuerdo con el dato de las botellas desechadas por 14 personas?

b) ¿Cuántas botellas desechan cada año 7 personas según el dato de las botellas desechadas por 14 personas?

c) ¿Cuántas botellas desechan por año 24 personas de acuerdo con el dato de las botellas desechadas por 48 personas?

d) ¿Cuántas botellas desechan cada año 96 personas según el dato de las botellas desechadas por 48 personas?

e) ¿Cuántas botellas desechan por año 91 personas de acuerdo con el dato de las botellas desechadas por 43 y 48 personas?

f) ¿Cuántas botellas desechan cada año 45 personas según el dato de las botellas desechadas por 43 y 88 personas?

g) ¿Cuántas botellas desechan por año 53 personas de acuerdo con el dato de las botellas desechadas por 14 y 39 personas?

h) ¿Cuántas botellas desechan cada año 25 personas según el dato de las botellas desechadas por 14 y 39 personas?

para aprender más

Investiga cuántos kilogramos de otros tipos de desecho produce una persona al año en promedio. Luego, calcula cuántos kilogramos de ese desecho producen 100, 1000, 10000 y un millón de personas.

4. **Considera cada situación y contesta en tu cuaderno.**

a) En las tablas 1 a 3 se registra el número de botellas desechadas por año en tres regiones fuera de México.

Tabla 1	Botellas de plástico desechadas por año					
Número de personas	24	78	90	148	278	388
Número de botellas	4392	14274	16470	27084	50874	71004

Tabla 2	Botellas de plástico desechadas por año					
Número de personas	76	25	57	309	89	45
Número de botellas	14300	4700	10700	58100	16700	8450

Tabla 3	Botellas de plástico desechadas por año					
Número de personas	54	128	23	158	702	445
Número de botellas	10530	25000	4485	30800	136890	86775

- ¿En cuál tabla se presenta una relación de proporcionalidad entre las cantidades? ¿Cuál es el factor de proporcionalidad?

b) En las tablas 4 a 6, se registran los kilogramos de desecho por año en otras regiones.

Tabla 4	**Botellas de plástico desechadas por año**					
Número de personas	124	67	188	448	245	876
Kilogramos de botellas	731.5	395.4	1 109	2 643.2	1 445.6	5 168.4

Tabla 5	**Botellas de plástico desechadas por año**					
Número de personas	87	56	77	345	87	678
Kilogramos de botellas	552.45	355.6	488.95	2 190.75	552.45	4 305.3

Tabla 6	**Botellas de plástico desechadas por año**					
Número de personas	93	456	223	444	346	236
Kilogramos de botellas	604.5	2 964	1 449.5	2 880	2 250	1 534

- ¿En cuál tabla se presenta una relación de proporcionalidad entre las cantidades? ¿Por qué? ¿Cuál es el factor de proporcionalidad?

Abre tu libro de texto

Consulta tu libro de texto de Matemáticas 1 donde se estudia el tema “Relaciones proporcionales” y explica en tu cuaderno en qué consisten esas relaciones.

Qué aprendí

Resuelve los problemas y entrégaselos al docente para que evalúe tu aprendizaje.

- En el mundo, cada persona desecha anualmente 45 kg de plástico en promedio. De acuerdo con la información de la actividad inicial, responde: ¿a cuántas botellas de plástico equivale? ¿Cuántos kilogramos desechan 2, 6, 24 y 78 personas? Representa los datos en una tabla.
- Según el Inegi, en México se desechan aproximadamente 2 464 toneladas de residuos de plástico por semestre. Sin considerar el crecimiento poblacional ni otro factor, ¿cuántas toneladas de desecho se tendrán en 5, 10, 15 y 20 años? Elabora una tabla con estos datos.
- Explica cómo puede identificarse una relación proporcional entre dos magnitudes.

A divertirnos

Gánale a un compañero. Encuentra el error en el siguiente procedimiento.
Un automóvil llega al kilómetro 50 de una carretera y, a partir de ahí, el conductor maneja con una rapidez constante todo el tiempo. Después de 30 minutos, el automóvil llega al kilómetro 90. ¿A qué kilómetro de la carretera llegará después de 40 minutos más?

- Como $90 \div 30 = 3$, entonces la constante de proporcionalidad es 3 y llegará al kilómetro 180, porque $60 \times 3 = 180$.

A compartir

Piensa en qué situaciones tus familiares se enfrentan a problemas de variación proporcional y comenta con ellos si les podría ayudar elaborar una tabla.

Gráficas de variación lineal

Aprendizaje fundamental imprescindible: Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.

Contenidos específicos:

- Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de su representación tabular y gráfica.
- Determina la pendiente de una recta y la usa para comparar situaciones de variación lineal.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz
- ✓ Calculadora
- ✓ Regla o escuadra

A usar tu cuaderno

Analiza la situación y contesta en tu cuaderno.

El exministro británico de medioambiente, Phil Woolas, indicó que se gastan 105 litros de agua para producir 15 botellas de un litro, pero algunas personas indican otros números, como un profesor español quien afirma que se gastan 240 litros de agua para producir 3 botellas de un litro.

Fuentes: Profeco, BBC Mundo y *El Mundo*.

Supón que siempre se requiere la misma cantidad de agua para producir una botella.

- ¿Cómo calcularías cuántos litros de agua se gastan para elaborar 9 botellas, según las cifras que da el exministro británico?
- ¿Cómo calcularías cuántos litros de agua se gastan para elaborar 45 botellas, según lo que afirma el profesor español?
- ¿Estas situaciones son de variación lineal? ¿Por qué?

Para ayudarte a resolver el problema, realiza los siguientes planteamientos.

Manos a la obra

1. En tu cuaderno y con la información de la actividad inicial, completa las tablas y responde.

Tabla 1

Botellas producidas	1	2	3	4	5	10	15
Litros de agua gastados según el exministro						70	105

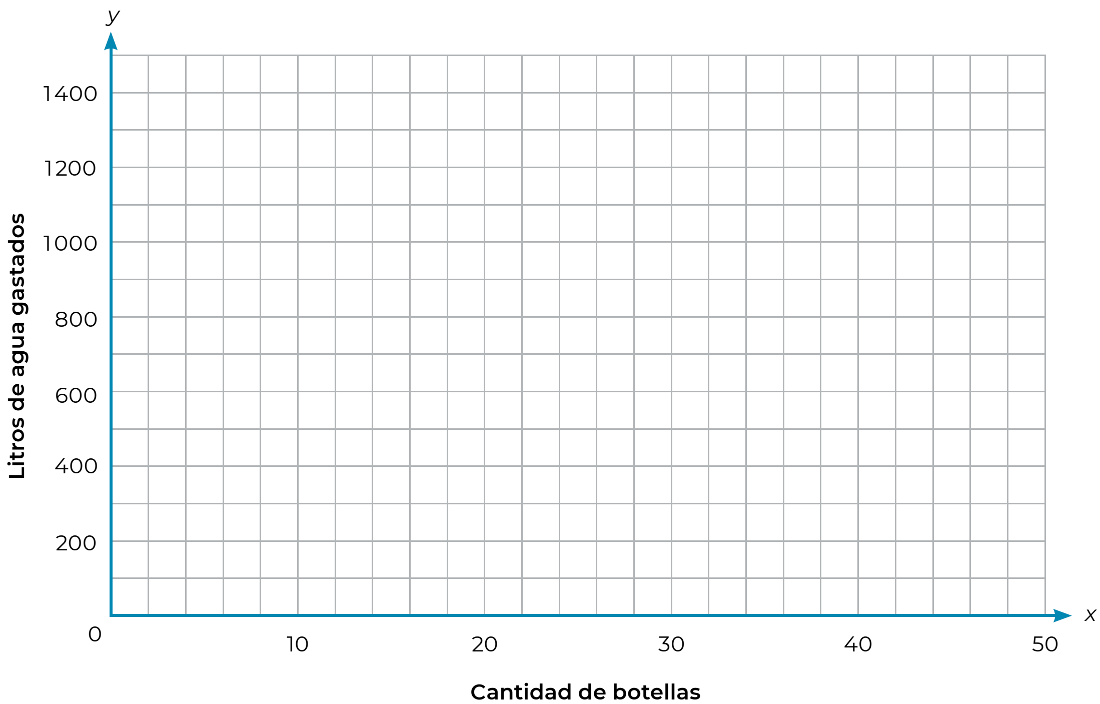
Tabla 2

Botellas producidas	1	2	3	4	5	10	15
Litros de agua gastados según el profesor			240	320	400		

- De acuerdo con el problema de la actividad inicial, ¿de qué depende el número de litros de agua que se gastan en la producción de botellas?

- ¿Qué ocurrirá con la cantidad de litros de agua que se gasta conforme aumenta el número de botellas producidas?
- En cada caso, si la cantidad de botellas producidas aumenta en una unidad, ¿cómo cambia la cantidad de litros de agua que se requieren para producirlas? ¿En cuál de los dos casos ese cambio es mayor?
- Si la cantidad de botellas producidas aumenta un número determinado de veces, ¿aumenta el mismo número de veces la cantidad de litros de agua gastados? ¿Existe un número que si se multiplica siempre por cualquier valor de la cantidad de botellas se obtiene la cantidad de litros correspondiente?

2. Observa el plano cartesiano y haz en tu cuaderno lo que se pide con base en la información de la actividad anterior.



a) Localiza el punto que corresponde a 0 botellas en cada caso.
b) Representa en el plano con color azul los puntos de la tabla 1 y con rojo, los datos de la tabla 2.
c) Traza una línea que una los puntos de cada color. Verifica que se forme un línea recta en cada caso.
d) ¿Qué diferencias observas entre las rectas que trazaste? ¿Cuál tiene mayor inclinación respecto al eje horizontal? ¿Qué significa esto en el contexto del problema?
e) En la gráfica, ubica las coordenadas (3, 240) y (4, 320) de la recta roja. ¿Qué pasa con el valor de la coordenada en *y* cuando el valor de la coordenada en *x* aumenta una unidad? ¿Ese cambio es el mismo si consideras las coordenadas (4, 320) y (5, 400)?
f) Haz un análisis similar al del inciso e, pero con coordenadas de la recta azul y responde: ¿en cuál recta el cambio del valor en la coordenada en *y* es mayor cuando el valor de la coordenada en *x* aumenta una unidad?

Ante una situación de variación puedes, en principio, hacer lo siguiente:

1. Reconocer que los valores de una de las variables dependen de los valores de la otra. Para esto, puedes preguntarte: *¿Dependen los valores de una variable de los valores de otra variable? ¿Cuál es la variable dependiente y cuál es la independiente?*
2. Identificar cómo varían los valores de una variable dados los valores de la otra. Entonces, puedes plantear las siguientes preguntas:
   - ¿Qué pasa con los valores de una de las variables conforme cambian los valores de la otra?
   - ¿Qué ocurre con el valor de la variable dependiente conforme el valor de la variable independiente aumenta en una unidad?
   - ¿Existe un valor constante que, al multiplicarlo por los valores de una variable, dé como resultado los valores de la otra? Si los valores de una variable aumentan un número determinado de veces, ¿aumentan los valores de la otra el mismo número de veces?
3. Determinar los valores de la variable dependiente.
4. Determinar los valores de la variable independiente.

Adaptado de Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., & Trigueros M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental: Una propuesta alternativa.* México: Editorial Trillas.

3. Lee la situación y contesta en tu cuaderno.

En dos plantas recicladoras de agua, cuentan con tanques de 5 000 litros que se vacían con rapidez constante.

a) Completa las tablas.

Planta 1

Minutos transcurridos	0	1	2	4	5	10	100	200	500
Agua en el tanque	5 000			4 976					

Planta 2

Minutos transcurridos	0	1	2	4	5	10	100	200	500
Agua en el tanque	5 000					4 925			

Para cada tanque, responde los incisos *b* a *e*:

b) Según los datos, ¿de qué depende la cantidad de agua en el tanque?

c) ¿Qué pasa con la cantidad de agua contenida en el tanque conforme aumentan los minutos?

d) ¿En qué cantidad disminuye el agua en el tanque si la cantidad de minutos aumenta en uno?

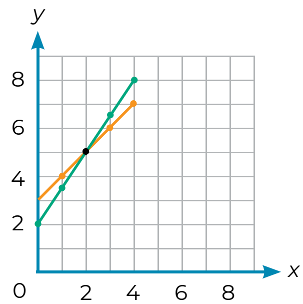
e) Si la cantidad de minutos aumenta un número determinado de veces, ¿disminuye ese mismo número de veces la cantidad de agua en el tanque? ¿Existe un número que, multiplicado por cualquier valor de la cantidad de minutos, dé como resultado siempre la cantidad de agua correspondiente? Compara tus respuestas con las de los planteamientos 1 y 2.

f) En tu cuaderno, representa en un plano cartesiano los valores de la tabla de la planta 1 con puntos azules y los valores de la tabla de la planta 2, con puntos rojos. ¿Forman una recta los puntos de cada tabla? ¿Por qué? ¿Qué diferencias observas entre estas gráficas y las de la actividad 2? Si es posible, utiliza una hoja de cálculo para que grafiques más puntos de cada tabla.

Si dos variables se relacionan de manera que cuando el valor de una cambia una unidad, el valor de la otra siempre cambia la misma cantidad de unidades, se dice que presentan **variación lineal** y los puntos se ubican en una línea recta. Por ejemplo, en la siguiente gráfica se representan las variaciones de las tablas 1 y 2 (con verde y anaranjado, respectivamente).

Tabla 1	
x	y
0	2
1	3.5
2	5
3	6.5
4	8

Tabla 2	
x	y
0	3
1	4
2	5
3	6
4	7



En la tabla 1, cuando la variable x cambia una unidad, la variable y cambia 1.5 unidades. En la tabla 2, cuando x cambia una unidad, la variable y cambia una unidad. Esta razón constante del cambio en las variables determina la inclinación de la recta con respecto al eje horizontal. A dicha inclinación de la recta se le llama *pendiente*.

En general, la pendiente de la recta que pasa por los puntos $A = (x_A, y_A)$ y $B = (x_B, y_B)$ es:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Observa que, tanto en la variación lineal como en la variación lineal proporcional, el valor de una variable aumenta una constante cuando el valor de la otra aumenta una unidad. En el caso de la variación lineal proporcional, el valor de una variable puede calcularse multiplicando la otra por una constante.

4. En tu cuaderno, completa las tablas y haz lo que se pide.

En las tablas se representa el gasto de agua para producir botellas de un litro, pero se agrega, para 0 botellas, otros gastos de agua, por ejemplo, para limpiar el equipo.

Botellas producidas	0	1	2	4	5	10	100	200	500
Litros de agua gastados	40	48			80				

Botellas producidas	0	1	2	4	5	10	100	200	500
Litros de agua gastados	60			120					

Botellas producidas	0	1	2	4	5	10	100	200	500
Litros de agua gastados	60				150				

a) Elabora la gráfica de cada tabla y calcula la pendiente de la recta.
b) Con base en tus resultados, ¿en qué caso se gasta más agua y en cuál se gasta menos?

Abre tu libro de texto

Busca en tu libro de texto de Matemáticas 1 gráficas de variación lineal y determina las pendientes en cada caso.

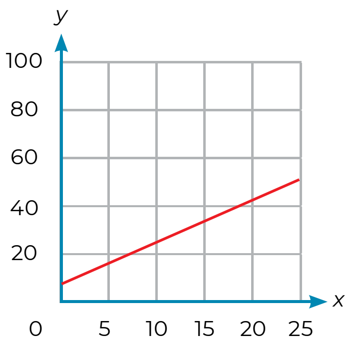
Qué aprendí

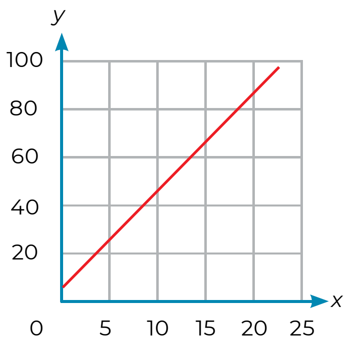
Completa cada tabla y relaciónalas escribiendo el número que corresponde a cada gráfica. Entrega tus resultados al docente para que evalúe tu aprendizaje.

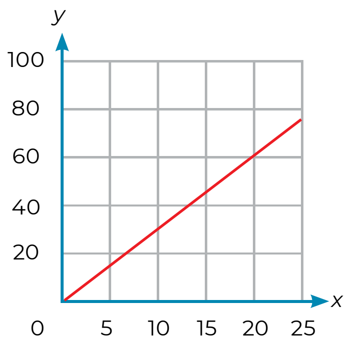
Tabla 1	
x	y
3	
6	
9	38
12	
15	62

Tabla 2	
x	y
5	15
8	
10	
14	42
20	

Tabla 3	
x	y
3	9
5	
7	
9	
11	25



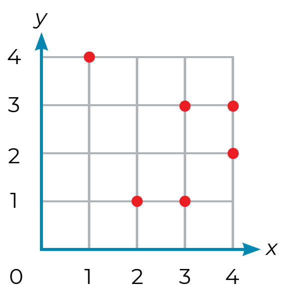




- ¿En qué te fijaste para identificar cada gráfica? Coméntalo con tu docente.
- ¿Qué dificultades tuviste para determinar las pendientes en esta ficha? ¿Cómo las resolviste?

A divertirnos

Determina cuál pareja de puntos en el plano cartesiano pertenece a una variación proporcional. Considera que tienes cinco minutos.



- ¿Cómo lo determinaste?
- Traza la recta.
- ¿Lograste resolver la actividad en el tiempo indicado? Coméntalo con el docente.

A compartir

Comenta con tus familiares dos situaciones que se pueden representar con una gráfica que sea una línea recta.

Problemas de variación lineal

Aprendizaje fundamental imprescindible: Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.

Contenido específico: Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de su representación tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz
- ✓ Calculadora

A usar tu cuaderno

Analiza la situación y haz lo que se indica.

Un automóvil de pruebas está dando vueltas a una pista de 4 km de longitud. En cada vuelta promedia 2 minutos.

- Según el enunciado, ¿de qué depende la distancia que logre recorrer el automóvil luego de varias vueltas?
- ¿Cómo cambia la distancia recorrida cuando el tiempo aumenta?
- ¿Qué distancia promedio recorre el automóvil en un minuto?
- Escribe en la tabla la distancia correspondiente.

Tiempo (min)	6	8	10	12	14	16	18	20	25
Distancia recorrida (km)									

Manos a la obra

1. Contesta en tu cuaderno.

a) Analiza la tabla del problema inicial. Si el tiempo aumenta en un minuto, ¿cómo varía la distancia recorrida?

b) ¿Existe un número que, multiplicado por cualquier valor del tiempo, siempre dé como resultado la distancia que el automóvil puede recorrer? De ser así, ¿cuál es ese valor?

c) De acuerdo con lo que observaste en el inciso *b*, explica cómo obtendrías el valor de la distancia recorrida en cualquier cantidad de minutos.

d) Elabora una gráfica del tiempo y la distancia recorrida por el automóvil. ¿Por qué es una recta? ¿En qué punto cruza el eje y? ¿Cuál es la pendiente de la recta?

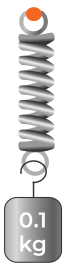
2. Escribe en tu cuaderno una expresión algebraica que represente la distancia *d* que recorre un automóvil que viaja con rapidez constante en un tiempo *t*. Explica qué relación tiene la expresión con el comportamiento de los valores en la tabla y la pendiente de la recta que graficaste en el inciso *d* de la actividad anterior.

Si dos magnitudes x y y se relacionan por medio de una **variación lineal proporcional**, entonces se puede modelar por medio de la expresión algebraica $y = kx$, donde k es la **constante de proporcionalidad**.

En particular, cuando un móvil se mueve con rapidez constante (V), la expresión algebraica para calcular la distancia recorrida (d) con respecto al tiempo (t) es:

$$d = Vt$$

3. Considera la situación y responde en tu cuaderno.



Cuando se cuelgan distintas masas en un resorte de 50 mm, este cambia su longitud como se muestra en la tabla. El resorte puede soportar como máximo 3 kilogramos.

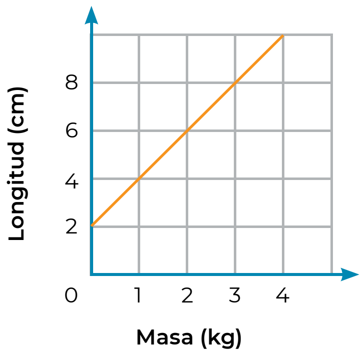
Masa (kg)	0	0.3	0.5	0.7	0.8	1	1.2	1.4	1.7
Longitud del resorte (mm)	50	74	90	106					

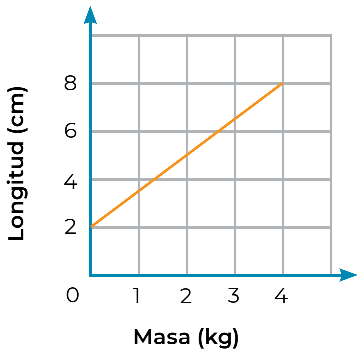
a) ¿De qué depende la longitud del resorte?
b) Si se aumenta la masa, ¿qué pasa con la longitud del resorte?
c) ¿Cuánto medirá el resorte si se cuelga de él una pesa de 0.1 kg?
d) Completa las longitudes que faltan en la tabla.
e) Si la masa aumenta en una unidad, ¿cómo varía la longitud del resorte?
f) ¿Existe un número que, multiplicado por los valores de la masa, siempre dé como resultado la longitud del resorte correspondiente?
g) De acuerdo con lo que observaste en los incisos *e* y *f*, escribe cómo obtendrías el valor de la longitud del resorte para los valores de la masa que pueda resistir.
h) Representa en un plano cartesiano los puntos de la tabla. ¿Están en una línea recta? ¿Por qué?
i) Escribe una expresión algebraica que te permita calcular cuántos milímetros mide el resorte para cualquier cantidad de masa que pueda soportar.
j) Elabora una gráfica que represente la longitud del resorte en relación con la masa que pueda soportar. ¿Es una línea recta? ¿Por qué? ¿En qué punto $(0, b)$ cruza el eje y? ¿Cómo se relaciona el valor b con la expresión que anotaste en el inciso *i*? ¿Cuál es la pendiente de la recta? ¿Cómo se relaciona la pendiente con la expresión que anotaste en el inciso *i*?

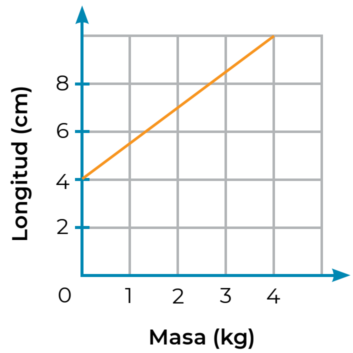
Si dos magnitudes x y y se relacionan por medio de una **variación lineal**, entonces una depende de la otra, lo cual se puede representar con la expresión algebraica $y = mx + b$. La gráfica de dicha relación es una línea recta que cruza el eje y en $(0, b)$ y tiene pendiente m. A la ordenada b se le llama ordenada al origen.

La variación lineal se puede representar de distintas formas: indicando los valores en una tabla, mediante una recta en el plano cartesiano o usando una expresión algebraica.

4. **Escribe en tu cuaderno la expresión algebraica que corresponde a cada gráfica.**







Abre tu libro de texto

Busca en tu libro de texto de Matemáticas 1 expresiones algebraicas que indiquen una variación lineal proporcional. Determina la constante de proporcionalidad en cada caso.

Qué aprendí

Resuelve. Entrega tus resultados al docente para que evalúe tu aprendizaje.

Algunos taxis cobran una cuota inicial llamada *banderazo* más los kilómetros recorridos. Las tarifas dependen de la región. En las tablas se muestran las tarifas de dos regiones.

Región 1

Kilómetros recorridos	0	3	5	7	8	10	15	20
Tarifa ($)	8.00	12.50	15.50	18.50				

Región 2

Kilómetros recorridos	0	3	4	5	10	11	15	18	20
Tarifa ($)		12.50	14.50	16.50	26.50				

- Completa cada tabla y escribe la expresión algebraica correspondiente.
- Elabora las gráficas de las tablas en un mismo plano cartesiano.
- ¿Qué hiciste para determinar el valor del banderazo en cada caso?
- ¿Cómo calculaste la tarifa por kilómetro recorrido en cada caso?

A divertirnos

Gánale a un compañero. Identifica el automóvil que ganará la carrera de acuerdo con su rapidez y posición. Argumenta tu respuesta.

Tres automóviles están en una carrera de 200 km y se mueven con rapidez constante. Las posiciones desde la salida y la rapidez están en la siguiente tabla.

	Automóvil 1	Automóvil 2	Automóvil 3
Posición	35 km	30 km	38 km
Rapidez	85 km/h	1 400 m/min	23.4 m/s

A compartir

Explica a tus familiares qué situaciones de la vida cotidiana se pueden representar con expresiones algebraicas de variación lineal.

Volumen de prismas rectos

Aprendizaje fundamental imprescindible: Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.

Contenido específico: Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno
- ✓ Lápiz
- ✓ 7 tarjetas blancas de 5 cm × 10 cm

A usar tu cuaderno

Lee la información, analiza la imagen y contesta en tu cuaderno.

Los trabajadores de una bodega quieren almacenar 100 contenedores de las siguientes dimensiones.

2 m

6 m 2 m

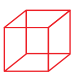
El almacén mide 20 m de ancho, 40 m de largo y 4 m de altura.

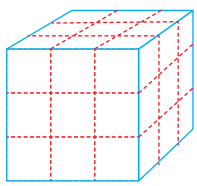
a) ¿Caben todos los contenedores en el almacén? ¿Por qué?
b) Escribe el procedimiento que seguiste para responder la pregunta anterior.

Manos a la obra

1. Analiza la situación y responde en tu cuaderno.

El cubo rojo representa una unidad de volumen.





a) ¿Cuántos cubos rojos caben en el cubo azul?
b) ¿Cuál es el volumen del cubo azul?
c) ¿Cómo puedes calcular el volumen del cubo azul sin contar los cubos rojos?

A

arista. Segmento de recta que limita las caras de un cuerpo geométrico.

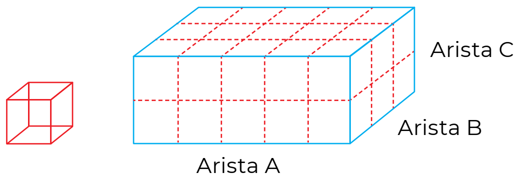
d) ¿Cuántas unidades lineales (u) mide cada **arista** del cubo azul?
e) ¿Qué relación observas entre la longitud de la arista del cubo azul y su volumen?
f) ¿Cómo obtendrías el volumen de un cubo con 5 u de arista? ¿Y el de uno con aristas de 2.5 u?

g) Calcula el volumen de un cubo con aristas de 2 u, uno con aristas de 4 u y otro con aristas de 10.6 u.

h) Analiza tus resultados anteriores. ¿Cómo obtendrías el volumen de un cubo cuya arista mide x unidades?

i) Escribe una expresión algebraica que represente el volumen de un cubo con aristas de x unidades.

2. **Ahora, analiza los cuerpos geométricos y responde en tu cuaderno. Toma en cuenta que el cubo rojo representa una unidad de volumen.**



a) ¿Cuántos cubos de una unidad de volumen caben en este **prisma rectangular recto**?

b) ¿Cuál es el volumen del prisma?

c) ¿Cómo puedes calcular el volumen del prisma sin contar los cubos rojos?

d) ¿Cuáles son las medidas de las aristas del prisma?

e) ¿Qué relación observas entre las dimensiones del prisma y su volumen?

f) Calcula el volumen de estos prismas.
Prisma 1: arista $A = 5$ u, arista $B = 3$ u, arista $C = 1$ u
Prisma 2: arista $A = 3.6$ u, arista $B = 5.8$ u, arista $C = 4$ u
Prisma 3: arista $A = 1.5$ u, arista $B = 3$ u, arista $C = 3.9$ u

g) ¿Cómo obtendrías el volumen de un prisma rectangular recto con aristas de longitudes a, b y c unidades?

h) Para verificar tus respuestas y las de la actividad 1, revisa esta información.

prisma rectangular recto. Cuerpo geométrico limitado por dos rectángulos paralelos e iguales, llamados bases, y por cuatro caras rectangulares.

El **volumen de un prisma rectangular recto** se obtiene multiplicando las longitudes de sus aristas. Si las aristas miden a, b y c unidades respectivamente, entonces el volumen del prisma está dado por la fórmula:

$$\boldsymbol{V = a \times b \times c = abc}$$

El cubo es un caso particular de prisma rectangular en el que todas sus aristas miden lo mismo; por tanto, el volumen de un cubo con aristas de longitud l es:

$$V = l \times l \times l = l^3$$

En los prismas, las unidades de medida de las aristas pueden expresarse en centímetros (cm), metros (m), etc., y su volumen se expresará en centímetros cúbicos (cm^3), metros cúbicos (m^3), etc., según corresponda.

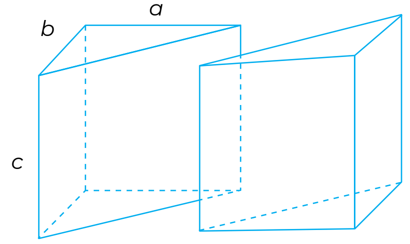
para aprender más

Ingresa en el sitio es.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math/5th-volume/volume-word-problems/a/volume -of-rectangular-prisms-review y practica el cálculo del volumen de prismas rectangulares rectos.

3. Para continuar, analiza la información y responde en tu cuaderno.

prisma triangular recto. Cuerpo geométrico limitado por dos triángulos paralelos e iguales, llamados bases, y por cuatro caras rectangulares.

Si un prisma rectangular recto de volumen *abc* se corta verticalmente por una de las diagonales de la base, como se muestra en la imagen de la derecha, se obtienen dos **prismas triangulares rectos**.



a) ¿Qué relación hay entre el volumen del prisma rectangular y el de uno de los prismas triangulares obtenidos?

b) ¿Qué relación hay entre el área de la base del prisma rectangular y el área de la base de uno de los prismas triangulares?

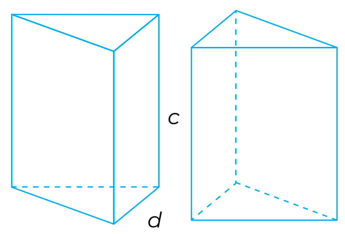
c) ¿Qué tipo de triángulo se obtiene al cortar un rectángulo por una de sus diagonales? ¿Cómo se calcula su área?

d) En el prisma rectangular, ¿qué medida se obtiene al multiplicar la longitud de las aristas a y b? ¿Y si ese resultado se multiplica por la arista c?

e) ¿Qué se obtiene al multiplicar a por b y dividir el resultado entre 2? Y si luego multiplicas ese resultado por c, ¿qué se obtiene? Escribe la expresión algebraica para calcular el volumen de un prisma recto cuya base es un triángulo.

f) Calcula el área de la base y el volumen de estos prismas triangulares:
Prisma 1: arista $a = 2$ u, arista $b = 3$ u, arista $c = 7$ u
Prisma 2: arista $a = 1.7$ u, arista $b = 5.6$ u, arista $c = 10$ u

4. Observa los cuerpos geométricos de la derecha y responde en tu cuaderno.



a) Si se conoce el volumen del prisma triangular y se pega una copia de él por la cara de las aristas c y d, ¿qué relación habrá entre el volumen de los prismas triangulares y el del nuevo cuerpo geométrico que se forma?

b) ¿Qué relación hay entre el área de las bases de los prismas triangulares y el área de la base del nuevo cuerpo geométrico?

c) ¿Cuál es la diferencia entre la altura de los prismas triangulares y la del nuevo cuerpo geométrico?

d) ¿Cómo calcularías el volumen del nuevo cuerpo geométrico?

e) ¿De qué otra forma calcularías el volumen del nuevo cuerpo geométrico? ¿Y el de cualquier prisma recto cuya base sea un cuadrilátero?

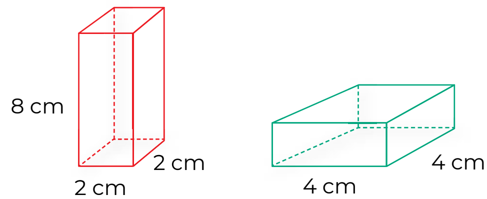
f) Lee la siguiente información y verifica tus respuestas de los planteamientos 3 y 4.

Un **prisma cuadrangular recto** es un cuerpo geométrico limitado por dos cuadriláteros paralelos, llamados *bases*, y por cuatro *caras laterales* rectangulares.
El **volumen de un prisma triangular recto**, así como el de los **cuadrangulares rectos**, se obtiene multiplicando el área de la base por su altura: **V = Área de la base × altura**.
Los prismas cuadrangulares rectos son casos particulares de un prisma rectangular recto.

Cuando no se conoce la altura de un prisma, podemos calcularla a partir de su volumen y del área de su base. De la misma manera, podemos calcular el área de la base de un prisma si conocemos su volumen y altura.

5. Observa los dos prismas rectos, que tienen el mismo volumen, y responde en tu cuaderno.

a) ¿Cuánto mide la altura del prisma verde?
b) Traza otro prisma recto distinto de estos, pero con el mismo volumen. Escribe sus dimensiones en el trazo.



Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se desarrolla el contenido "Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas". Luego, reflexiona y contesta.

- Explica cómo se relacionan la fórmula del volumen de un cubo, la de un prisma cuadrangular y la de un prisma rectangular.
- Escribe dos ejemplos de situaciones distintas de las planteadas donde sea útil calcular el volumen de objetos con forma de prisma rectangular o triangular.
- Revisa tus respuestas de la actividad inicial y corrígelas si es necesario.

Lee la situación y responde en una hoja. Entrega tus respuestas al profesor para que pueda evaluar tu avance.

En una bodega de 10 m de largo, 4 m de ancho y 2.7 m de altura se van a almacenar cajas de cartón de 60 cm de largo por 35 cm de ancho y 30 cm de altura.

a) ¿Cuál es el número máximo de cajas que se pueden almacenar si, además, se quiere que en el centro quede un espacio vacío de 1.5 m de ancho?
b) Escribe el procedimiento que seguiste para determinar la respuesta anterior.
c) ¿Cuál es la relación entre las dimensiones de un prisma recto y su volumen?

Organízate con tres compañeros para armar un dominó de volúmenes de prismas.

- Consigan 28 tarjetas blancas de 5 cm × 10 cm. Cada uno tome siete tarjetas y tracen una línea que las dividan en dos partes iguales, como en las fichas de dominó. Después, en una de las mitades en cada tarjeta, cada uno dibuje un prisma recto con sus respectivas medidas. Todos deben trazar los mismos cuerpos con las mismas medidas. Una vez que hayan terminado, cada uno deberá escribir en la otra mitad de cada tarjeta el volumen correspondiente. Todos deben iniciar al mismo tiempo. Gana quien termine primero.
- Usen su dominó de volumen de prismas para jugar una partida con las reglas del dominó común. Al final, cada uno se debe quedar con sus siete fichas.

Reproduce tres veces tus siete fichas para que obtengas un dominó de volúmenes y juega con tus familiares o amigos con las reglas del dominó común. Puedes enmicar las tarjetas. Cuando estén jugando, puedes compartir lo que aprendiste en esta ficha sobre el cálculo del volumen de prismas rectos.

FICHA 14

Volumen y capacidad

Aprendizaje fundamental imprescindible: Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.

Contenido específico: Explora la relación entre el decímetro cúbico y el litro y relaciona capacidad y volumen para resolver problemas que implican esta relación.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.° de secundaria
- ✓ Cuaderno y lápiz
- ✓ Lápices de colores
- ✓ Tarjetas de cartulina o papel
- ✓ Imágenes de objetos que son recipientes y de objetos que no lo son

A usar tu cuaderno

Lee la situación y contesta en tu cuaderno.

Mariluz compró dos jugos de 1 litro. Cuando llegó a su casa, su abuelita revisó los envases y le dijo que uno de los dos no contenía 1 litro, que la habían engañado.

23 cm

6 cm

7 cm

19.5 cm

6 cm

9 cm

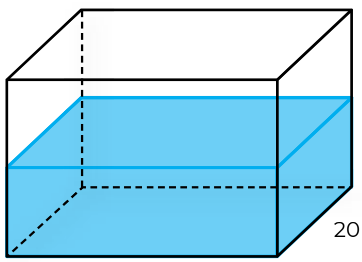
a) ¿En qué crees que se haya basado la abuelita de Mariluz para decir eso?
b) ¿Piensas que tiene razón la abuelita de Mariluz? ¿Por qué?

Manos a la obra

1. Ahora, haz la siguiente actividad que te ayudará a resolver la anterior. Responde en tu cuaderno.

Carlos tiene una pecera con forma de prisma rectangular recto y la llenó hasta la mitad, como se muestra en la imagen.

40 cm



20 cm

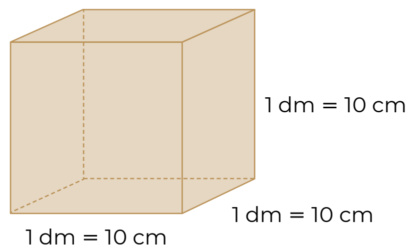
60 cm

a) ¿Cuánto espacio ocupa la pecera?
b) ¿Puedes saber cuántos litros de agua hay en la pecera?
c) ¿Qué datos necesitas conocer para determinar cuántos litros hay?
d) Revisa tus respuestas y después, analiza la información de la siguiente página.

El **volumen** de un cuerpo expresa la cantidad de espacio que dicho cuerpo ocupa, mientras que la **capacidad** mide el máximo espacio de un recipiente que puede ser ocupado por sustancias u objetos sin sobrepasar sus límites. Todos los objetos tienen volumen, pues todos ocupan un lugar en el espacio, pero no todos los objetos son recipientes. Por ejemplo, un cubo sólido no es un recipiente, mientras que una caja cúbica hueca sí lo es.

Por lo regular, el volumen se mide en metros cúbicos (m^3), mientras que la capacidad generalmente se mide en litros (L). Un litro es la cantidad de agua que contiene un recipiente cúbico con arista de 1 **decímetro** (dm), es decir, 1 L es equivalente a 1 dm^3 o a 1000 cm^3.

decímetro.
Décima parte de un metro.



2. **Considera la información anterior y retoma la actividad inicial. Responde en tu cuaderno.**

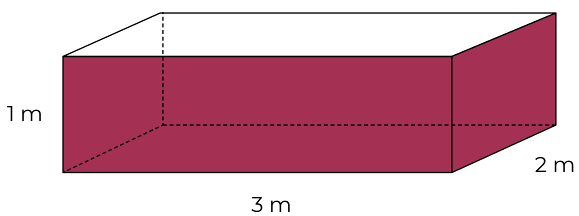
a) ¿Cuál es el volumen del envase de jugo de naranja que compró Mariluz?
b) ¿Cuál es el volumen del envase de jugo de piña?
c) ¿Cuál de los envases no puede contener un litro de jugo? Argumenta tu respuesta.

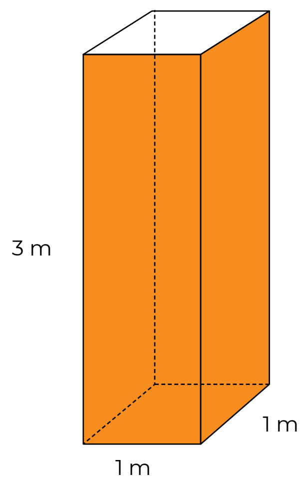
3. **Retoma el problema de la pecera de la actividad 1 y responde en tu cuaderno.**

a) ¿Cuántos litros de agua tiene la pecera de Carlos?
b) Explica cómo obtuviste la respuesta anterior.

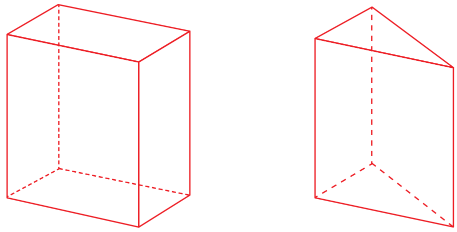
4. **Resuelve en tu cuaderno.**

a) ¿Cuál es el volumen de los contenedores que se muestran?
b) Expresa ese volumen en decímetros cúbicos (dm^3).
c) ¿Cuántos litros caben en un cubo con arista de 1 m?
d) ¿En cuál de los contenedores cabe más agua?





5. **Observa los prismas y responde en tu cuaderno.**



2 litros 1.5 litros

a) Calcula el volumen de los recipientes si su capacidad en litros es la que se especifica en cada cuerpo.
b) Explica el procedimiento que seguiste para obtener la respuesta anterior.

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se estudia el contenido “Explora la relación entre el decímetro cúbico y el litro y relaciona capacidad y volumen para resolver problemas que implican esta relación”. Después, reflexiona y contesta.

- Escribe cuatro ejemplos distintos de objetos que solamente tengan volumen y cuatro que tengan capacidad y volumen.
- ¿Cuál es la relación entre las unidades de medida de volumen y las de capacidad?
- Explica cómo calcular la capacidad de un prisma recto a partir de su volumen.

Qué aprendí

Lee la situación y responde en una hoja. Entrega tus respuestas al profesor para que evalúe tu avance.

Una empresa está diseñando empaques para jugo con capacidad de 1 L y con forma de prisma rectangular recto.

a) ¿Cuál debe ser el volumen del envase?
b) Traza el diseño de un posible envase y especifica sus dimensiones.
c) ¿Hay más de una posibilidad? ¿Por qué? En caso afirmativo, especifica las dimensiones de otro envase.

A divertirnos

Practiquen el juego siguiente en equipos de cuatro integrantes.

- Previamente, cada integrante debe preparar 5 tarjetas. En cada una, trazarán un cuerpo con forma de prisma triangular, cuadrangular o rectangular rectos. Deben incluir las medidas, expresadas en decímetros o centímetros como unidad.
- Reúnanse para jugar. Por turnos, cada integrante del equipo mostrará una de sus tarjetas a los demás, quienes deberán calcular la capacidad del prisma. El primero en calcular correctamente la capacidad conservará la tarjeta.
- Sigan jugando hasta que todos hayan mostrado las tarjetas que hicieron.
- Al final, cuenten las tarjetas que obtuvieron. El ganador será quien tenga más tarjetas.

A compartir

Prepara 15 o 20 tarjetas para que juegues con tus familiares y amigos. En este caso, pega en unas tarjetas imágenes de objetos que sean recipientes y en otras, de objetos que no lo sean. Organícense como en el juego anterior. El primero que diga correctamente si el objeto mostrado es un recipiente o no se quedará con la tarjeta. Antes de iniciar, con base en lo que aprendiste en esta ficha, explica a tus contrincantes la diferencia entre objetos que son recipientes y aquellos que no lo son.

Entre medias, modas y medianas

Aprendizaje fundamental imprescindible: Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.

Contenido específico: Usa e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más.

Materiales

- ✓ Libro de texto de Matemáticas, 1.º de secundaria
- ✓ Cuaderno y lápiz
- ✓ Reloj o cronómetro
- ✓ Cartón, tijeras, pegamento, un clip y un broche metálico
- ✓ Juego geométrico

A usar tu cuaderno

Lee la información y responde en tu cuaderno.

Seis alumnos usaron la misma báscula digital para determinar la masa de la tapa de plástico de una botella de agua. Las masas que obtuvieron fueron 1.93 g, 1.95 g, 1.89 g, 1.96 g, 1.97 g y 1.90 g. Como no coinciden todas las mediciones, es necesario hacer una estimación.

a) ¿Cuál es la masa promedio de las tapas?
b) ¿Cuál es la mediana de la masa de las tapas?
c) ¿Cuál es el rango de los datos?
d) ¿Cuál les parece que es la mejor estimación de la masa real de la tapa? ¿Por qué?

Manos a la obra

1. Resuelve la actividad.

Se preguntó a un grupo de 20 estudiantes cuántas veces al año visitan al dentista y se obtuvieron estos datos: 10 estudiantes respondieron que acuden al dentista una vez al año; 8 estudiantes dijeron que van 2 veces al año y 2 estudiantes mencionaron que visitan al dentista 3 veces al año.

a) ¿Cuál es la moda de la cantidad de visitas al dentista?
b) ¿Cuál es el promedio y la mediana de la cantidad de visitas al dentista?
c) ¿Cuál es el rango de las veces que se acude al dentista en el año?

- **La media aritmética** o el promedio se obtiene de sumar todos los datos de una colección y dividir el resultado entre el número de datos.
- **La mediana** se determina de dos maneras: si el número de datos ordenados es impar, la mediana es el dato que se ubica en el centro. Pero si el número de datos ordenados es par, la mediana se obtiene promediando los dos datos centrales.
- **La moda** es el valor que más se repite, es decir, el dato más frecuente de una colección de datos.
- **El rango** de un conjunto de datos es la diferencia del máximo menos el mínimo de los datos.

2. Resuelve los problemas siguientes.

a) Algunos alumnos de segundo grado recolectaron las siguientes cantidades de galletas para regalarlas: 12, 10, 18, 20, 14, 16, 18, 19, 20 y 13. Si cada alumno entregara una bolsa, ¿cuántas bolsas tendrían que hacer? ¿Qué deben hacer los alumnos para que las galletas se repartan en partes iguales? ¿Cuántas galletas deberá tener cada bolsa?

b) Una entrenadora aplicó una nueva técnica de entrenamiento entre las alumnas que practican el salto de altura. Midió la altura en centímetros de los saltos de 10 alumnas antes y después del entrenamiento. Obtuvo los resultados siguientes.

Alumna	Laura	Berta	Ana	Alma	Gilda	Inés	Ema	Karla	Diana	Beti
Altura del salto antes del entrenamiento (cm)	107	112	115	119	115	138	126	105	104	115
Altura del salto después del entrenamiento (cm)	106	115	125	126	115	141	130	109	102	115

- ¿En cuántos casos aumentó la altura del salto después del entrenamiento? ¿En cuántos se mantuvo igual? ¿En cuántos disminuyó?
- Elige un valor que represente la altura de los saltos antes del entrenamiento y otro que represente las alturas después del entrenamiento.
- ¿Crees que el entrenamiento fue efectivo?
- ¿Cómo elegiste el valor que representa las alturas y el criterio para decidir si el entrenamiento fue efectivo o no?

3. Responde lo siguiente.

a) Si en una colección de 10 datos todos son iguales a 15, ¿cuál es el promedio?

b) En una colección de datos diferentes entre sí, ¿es posible que el promedio sea igual que el dato mínimo? ¿Y puede ser menor que este? Si tu respuesta es sí, escribe una colección de 10 datos diferentes que tenga cada una de esas características.

c) ¿Es posible que el promedio sea igual que el mayor de los datos de una colección? ¿Y puede ser mayor que este? ¿Por qué?

d) Calcula la media aritmética de 16.2, 15.5, 15, 15.9, 14.8 y 16.5. ¿El resultado que obtuviste es un número cercano a los datos?

e) En la colección anterior, sustituye el número 16.5 por 50 y calcula nuevamente el promedio. ¿El resultado que obtuviste es un número cercano a los datos?

f) Lee la información del siguiente recuadro y verifica tus resultados.

El promedio o media aritmética tiene varias interpretaciones posibles de acuerdo con el contexto en que se use.

- **Para estimar un valor**, cuando los datos son números obtenidos en diversas mediciones de ese valor. Un ejemplo es el problema de la actividad inicial.
- **En repartos equitativos**, cuando se desea distribuir en partes iguales la suma de las cantidades que indican los datos. El problema 2, inciso *a*, es un ejemplo.

- **Como valor representativo**, cuando no hay ningún dato que tenga un valor extremo, es decir, muy diferente de los demás datos, el promedio es más o menos cercano a los datos. Un ejemplo es el problema de la actividad 3, inciso e.
- **Medida de tendencia central**, ya que cuando es un valor representativo, se localiza cerca de la mitad de los datos después de que estos se han ordenado.

4. Haz lo que se pide y responde.

a) Construye una colección de 10 datos diferentes entre sí cuya mediana sea 15.
b) ¿Cuánto vale el menor de los números de tu colección de datos? ¿Y el mayor?
c) Elimina el mayor de tus datos y sustitúyelo por el número 247. ¿Cambia el valor de la mediana? Explica por qué.

para aprender más

Ingresa en el sitio proyectodescartes.org/Telesecundaria/materiales_didacticos/2m_b02_t07_s01_descartes-JS/index.html y explóralo. Aquí verás cómo se usan gráficas para modelar e interpretar las medidas de tendencia central. Revisa los ejemplos y haz las actividades.

5. Responde en tu cuaderno y sigue las instrucciones.

a) Calcula el rango de las siguientes colecciones de datos.
- Colección 1: 71.5, 68.9, 76.6, 69.4, 73.9, 56.5, 72.8, 58.3
- Colección 2: 12, 18, 11, 10, 22, 26, 31, 15, 9
- Colección 3: 225, 220, 221, 224, 220, 223, 221, 226, 222, 223

b) Utiliza una recta numérica por colección para ubicar los datos y responde.
- ¿En qué colección los datos están más concentrados?
- ¿En cuál están más dispersos?

Cuando el **rango** de una colección es *pequeño*, esto significa que los datos están cerca unos de otros y se dice que la *colección está concentrada*. Cuando el *rango* es *grande*, esto significa que el dato menor está muy alejado del dato mayor y se dice que la *colección está dispersa*.

6. Trabaja lo que sigue.

a) Calcula el promedio y la mediana de estos datos: 11, 8, 15, 12, 7 y 13.
b) ¿Crees que el promedio es un buen representante de los datos? ¿Y la mediana? Explica tus respuestas.
c) Calcula el promedio y la mediana de los datos siguientes, en los que solo se modificó el último valor de los datos anteriores: 11, 8, 15, 12, 7 y 150.
d) ¿El nuevo promedio obtenido se parece a los cinco datos más chicos? ¿Se parece al dato más grande?
e) ¿Cuál de las medidas te parece que representa mejor la segunda colección de datos: el promedio o la mediana?
f) En un banco se midió el tiempo que tardaron en realizar sus trámites algunos clientes y se obtuvieron estos datos: 5, 5, 9, 9, 12, 12, 12, 12, 14 y 50. ¿Qué medida es la que representa mejor los datos: la moda o la media? ¿Cómo puede ayudar este dato al gerente para mejorar el servicio?

g) Calcula el promedio y la moda de estos datos: 7, 10, 10, 10, 11 y 30. ¿Cuál de las medidas te parece mejor representante de esta colección: el promedio o la moda?

La media aritmética, la mediana y la moda son **medidas de tendencia central** que se pueden calcular en cualquier colección de datos numéricos. La *mediana* es un valor que siempre está en el centro, es decir, la mitad de los datos numéricos son menores o iguales que la mediana y la otra mitad son mayores o iguales.
Cuando un dato o unos pocos datos se alejan mucho del valor de las demás, el promedio se altera y la mediana es más representativa de los datos.
Cuando un valor se repite muchas veces en los datos, entonces la moda suele representar mejor la colección.

Abre tu libro de texto

Consulta las páginas de tu libro de texto de Matemáticas 1 en las que se desarrolla el contenido "Usa e interpreta las medidas de tendencia central y el rango en un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más". Luego, contesta.

- ¿Cuáles son las medidas de tendencia central y para qué sirven?
- ¿Qué significado puede tener la media aritmética de un conjunto de datos?
- ¿Qué significa que un conjunto de datos esté muy disperso? ¿Qué medida de tendencia central representaría mejor el conjunto? Explica por qué.

Qué aprendí

Responde y entrega tus respuestas al profesor para que evalúe tu avance.

En un elevador hay cuatro mujeres y seis hombres. La masa promedio de las mujeres es de 60 kg y la de los hombres es de 80 kg.

a) ¿La masa promedio de las 10 personas puede ser menor que 60 kg? ¿Por qué?
b) ¿Esa misma masa promedio puede ser mayor que 80 kg? ¿Por qué?
c) ¿Cuánto suma la masa de las cuatro mujeres? ¿Y la de los seis hombres?
d) Entonces, ¿cuánto suma la masa de las 10 personas?
e) ¿Cuál es la masa promedio de todas las personas que están en el elevador?

A divertirnos

Trabaja con un compañero o en equipo. Para este juego van a necesitar cartón, pegamento, tijeras, un clip, un broche metálico y un cronómetro.

Utilicen los materiales para construir una ruleta. Pidan apoyo al profesor o a sus familiares. En cada una de las partes, agreguen colecciones de imágenes o números y la medida de tendencia central que quieran calcular. Por turnos, cada integrante del equipo girará la ruleta y hará lo que se indique en ella. Un integrante tomará el tiempo en que cada participante logre resolver correctamente lo que se pide. El ganador será quien haya respondido correctamente en menos tiempo.

A compartir

Juega con tu familia y tus amigos aplicando las mismas reglas. Si lo desean, pueden cambiar la información de cada sección de la ruleta. Con lo que aprendiste en esta ficha, puedes explicarles cómo calcular las medidas de tendencia central. Pregúntales si les gustó el juego.

Nombre

Grado

Escuela

Maestro (a)

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

EDUCACIÓN

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

COMISIÓN NACIONAL de LIBROS de TEXTO GRATUITOS

Distribución gratuita
Prohibida su venta

ISBN 978-607-994-820-7

ISBN 978-607-551-550-2

ESTRATEGIA NACIONAL DE LECTURA

CANIEM

COMISIÓN NACIONAL de LIBROS de TEXTO GRATUITOS

ESTADOS UNIDOS MEXICANOS

EDUCACIÓN
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA